

Table des matières

Remerciements	3
Introduction	4
1 Théorie du modèle	5
1.1 Equations utilisées dans le modèle <i>MOG2D</i>	5
1.1.1 Equations générales	5
1.1.2 Equations “ <i>Shallow Water</i> ” 2D	7
1.1.3 Equations du modèle	8
1.2 Conditions aux limites	9
1.2.1 Frontières fermées	9
1.2.2 Frontières ouvertes	9
1.3 Discrétisations et résolutions	10
1.3.1 Discrétisation spatiale	10
1.3.2 Discrétisation temporelle	11
1.3.3 Condition CFL	12
2 Validation du modèle sur le signal de marée	13
2.1 La marée océanique	13
2.1.1 Principe	13
2.1.2 Observations de la marée	14
2.2 Méthodes d’analyse	14
2.2.1 Analyse harmonique	14
2.2.2 Les erreurs complexes	15
2.2.3 Variabilité des coefficients des ondes de marée	15
2.3 Les expériences	16
2.4 Les résultats	17
2.4.1 Simulation de référence	17
2.4.2 Influence du front au niveau de l’Amery Shelf	18
2.4.3 Sensibilité à la bathymétrie	19
3 Amélioration des simulations	22
3.1 Modification du trait de côte dans la zone d’étude	22
3.2 Modification de la bathymétrie	23
3.2.1 Repérage de l’Amery Shelf	23
3.2.2 Génération de la bathymétrie	23
3.3 Analyse des résultats	24
3.3.1 Simulation sans ajout de la glace	24
3.3.2 Simulation en tenant compte de la glace flottante	25

Conclusion	26
Références	27
Annexes	28
A Termes de dissipation d'énergie	29
A.1 Terme $\overrightarrow{F_{WD}}$	29
A.2 Terme $\overrightarrow{T_{SD}}$	30
B Méthode P1 non conforme	31
B.1 Définition de la méthode	31
B.2 Propriétés	31
C Repères géographiques	32
C.1 Zone d'étude	32
C.2 Vocabulaire	32
D Données de références	33
D.1 Mesures marégraphiques	33
D.1.1 Rappel : la théorie du baromètre inverse	33
D.1.2 Les différents types de marégraphe	33
D.1.3 Données marégraphiques utilisées	34
D.2 L'altimétrie	35

Remerciements

Je voudrais remercier Laurent Testut et Benoît Legresy pour le soutien qu'ils m'ont apporté tout au long de mon stage. Merci de m'avoir fait part de vos connaissances avec autant de disponibilité. Je voudrais également remercier mon responsable universitaire, M. Caltagirone, pour avoir suivi le déroulement de mon stage avec autant d'intérêt.

Je tiens également à remercier Mathilde, Joël, Thierry, Philippe, Bruno, Jérôme et Xavier pour m'avoir soutenue et pour avoir répondu à mes nombreuses questions.

Je remercie aussi Martine Ména pour sa gentillesse, sa joie et son soutien. Mes remerciements vont aussi à mes compagnons de stage Olivia, Benoît et Sylvain avec lesquels j'ai passé des moments mémorables.

Introduction

Le modèle *MOG2D* (*Modèle aux Ondes de Gravité 2D*), développé au *L.E.G.O.S.* (*Laboratoire d'Etude en Géophysique et Océanographie Spatiale*) est destiné à prédire les variations du niveau de la mer ainsi que les courants moyens liés au forçage météorologique et à l'action de la marée. Son objectif est de simuler les variations haute fréquence du niveau de la mer avec une précision centimétrique afin de permettre la correction de ces effets dans la mesure altimétrique et de permettre une meilleure comparaison de cette dernière avec les observations des stations marégraphiques. Nous nous attacherons plus particulièrement à la réponse de l'océan au forçage par la marée car elle représente 90 % des variations de l'élévation totale du niveau de l'océan.

L'objectif de ce stage est d'améliorer, à l'aide de ce modèle hydrodynamique, la compréhension des variations de hauteur d'eau à haute fréquence et la prise en compte des plates-formes de glace dans les régions Australe et Antarctique, les parties océaniques et glace ayant été traitées séparément jusqu'à présent. Nous pourrions alors améliorer les solutions obtenues en les comparant avec l'ensemble des données disponibles : hauteurs de surface des missions altimétriques et du réseau marégraphique ROSAME. Cela permettra ainsi de valider le modèle sur notre zone d'étude : la partie australe de l'océan Indien qui comprend les Terres Australes et Antarctiques Françaises et la plate-forme de glace Amery en Antarctique.

Nous présenterons donc, dans une première partie, les caractéristiques du modèle étudié. Nous validerons alors le modèle en comparant les sorties obtenues avec les jeux de données disponibles. Puis, après avoir effectué une étude de sensibilité sur certains paramètres d'entrée, nous nous attacherons à trouver des solutions permettant d'améliorer les résultats obtenus.

Chapitre 1

Théorie du modèle

Le modèle *MOG2D* - pour *Modèle aux Ondes de Gravité 2D* - est un modèle hydrodynamique pour l'océan. Ce modèle, fondé sur le modèle initialement développé par Lynch et Gray ([LYNCH and GRAY, 1979]), permet de prédire les variations du niveau de la mer ainsi que les courants moyens liés au forçage météorologique et à l'action de la marée.

Dans cette première section nous nous attachons à présenter ce modèle dans sa globalité en décrivant d'une part les équations et les conditions aux limites implémentées dans le code, et les schémas numériques utilisés pour l'implémentation d'autre part.

1.1 Equations utilisées dans le modèle *MOG2D*

1.1.1 Equations générales

La dynamique de l'océan est régie par les lois de *conservation de la masse* et de la *quantité de mouvement*. Les équations générales les traduisant sont celles de **Navier-Stokes** en milieu en rotation ([GILL, 1982]) :

Equation de conservation de la masse :

$$\frac{D\rho}{Dt} + \rho \vec{\nabla} \cdot \vec{u} = 0. \quad (1.1)$$

Equation de conservation de la quantité de mouvement :

$$\rho \left[\frac{D\vec{u}}{Dt} + 2\vec{\Omega} \wedge \vec{u} \right] = \rho \vec{f}_{vol} + \vec{F}_p + \vec{F}_f, \quad (1.2)$$

où :

- ρ est la masse volumique du fluide,
- $\vec{\nabla}$ est l'opérateur gradient tridimensionnel,
- \vec{u} est la vitesse eulérienne d'une particule fluide ($\vec{u} = (u, v, w)$),
- $\vec{\Omega}$ est le vecteur rotation de la Terre autour de son axe ($\vec{\Omega} = (0, \Omega_y, \Omega_z)$),
- $\rho \vec{f}_{vol}$ sont les forces de volume dues aux champs d'attraction gravitationnels et à l'accélération centrifuge,
- \vec{F}_p sont les efforts de pression,
- \vec{F}_f sont les efforts de friction.

Nous nous intéressons plus particulièrement aux équations de la dynamique barotrope¹ de l’océan, les équations dites “*Shallow Water*”, obtenues par simplifications des équations de Navier-Stokes, selon les hypothèses suivantes :

Hypothèse 1 : l’océan est un fluide incompressible, visqueux et newtonien.

L’équation de conservation de la masse devient donc ([GILL, 1982]) :

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{u} = 0, \quad (1.3)$$

et l’équation de conservation de la quantité de mouvement s’écrit :

$$\rho \left[\frac{D\vec{u}}{Dt} + 2\vec{\Omega} \wedge \vec{u} \right] = \rho \vec{f}_{vol} - \vec{\nabla} P + \mu \Delta \vec{u} + \vec{D} + \vec{A}_F, \quad (1.4)$$

avec :

- μ la viscosité dynamique du fluide,
- \vec{D} un terme prenant en compte la dissipation d’énergie par génération d’ondes internes et le cisaillement barocline,
- \vec{A}_F un terme source prenant en compte le forçage par la tension de vent.

Hypothèse 2 : l’océan se comporte de façon barotrope.

Dans le cas des ondes de gravité, la force de gravitation est la principale force de rappel. Or, l’océan peut être considéré comme une mince couche d’eau². Nous pouvons donc vraisemblablement supposer que la réponse de cette couche d’eau mince à l’action de cette force de rappel à distance, est uniforme sur la colonne d’eau. Par conséquent, l’influence des gradients de température et de la salinité sur les mouvements du fluide n’est pas prise en compte dans le modèle.

Hypothèse 3 : la pression est hydrostatique.

Si nous projetons l’équation de conservation de la quantité de mouvement sur la verticale, nous obtenons l’expression suivante :

$$\rho \left[\frac{Dw}{Dt} + 2\Omega_y u \right] = -\frac{\partial P}{\partial z} - \rho g + \mu \Delta w. \quad (1.5)$$

En considérant ainsi des mouvements pour lesquels les échelles caractéristiques de longueur horizontales sont grandes devant les échelles caractéristiques de longueur verticales ([GILL, 1982]), et les accélérations verticales $\frac{Dw}{Dt}$ et le terme dissipatif $\rho^{-1}\mu\Delta w$ sont négligeables devant la gravité, nous en déduisons la loi dite loi de l’hydrostatique. En intégrant l’équation obtenue entre la profondeur z et la surface libre η , il en résulte :

$$P(z) = \int_z^\eta -\rho g dz = \rho g (\eta - z) + cste = P_a + \rho g (\eta - z), \quad (1.6)$$

où :

- P est la pression,
- P_a est la pression atmosphérique à la surface de l’océan,
- ρ est la masse volumique supposée constante de l’eau,
- g est la pesanteur,
- η est l’élévation de la surface libre,
- z est la profondeur.

¹Barotrope : se dit d’un fluide dans lequel les surfaces de pression constante (isobares) sont parallèles à celles de densité constante, par opposition au terme *barocline*.

²La profondeur moyenne des océans est de l’ordre de 4000 m tandis que les dimensions horizontales sont de l’ordre du millier de kilomètres.

1.1.2 Equations “Shallow Water” 2D

Les équations “Shallow Water” découlant des hypothèses précédentes sont à la base des équations du modèle, elles sont présentées dans le paragraphe suivant. Ces équations sont obtenues, sous forme primitive, en intégrant les équations (1.3) et (1.4) sur la colonne d’eau :

$$\frac{\partial H}{\partial t} + \nabla \cdot (H \vec{u}) = 0, \quad (1.7)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial H \vec{u}}{\partial t} + \nabla \cdot (H \overline{\vec{u}\vec{u}}) + f_c \vec{k} \wedge (H \vec{u}) \\ = -gH \vec{\nabla}(\eta - \Pi_a) - H \vec{\nabla} P_a + H \vec{\psi} + \overrightarrow{F_{WD}} + \overrightarrow{T_{SD}} - \tau H \vec{u} + \nu_T \Delta(H \vec{u}), \end{aligned} \quad (1.8)$$

- avec :
- $H(x, y, t)$ la hauteur totale de l’eau,
 - \vec{u} la vitesse horizontale moyennée sur la verticale (et $\overline{\vec{u}\vec{u}} = \vec{u} \cdot \vec{u}$),
 - f_c le coefficient de Coriolis,
 - \vec{k} le vecteur unitaire dirigé selon la verticale,
 - $\eta(x, y, t)$ l’élévation de la surface libre au dessus du niveau moyen de la mer,
 - τ le coefficient de dissipation sur le fond,
 - ν_T la viscosité turbulente,
 - Π_a le potentiel générateur des marées,
 - $\overrightarrow{F_{WD}}$ la paramétrisation du transfert d’énergie par ondes internes,
 - $\overrightarrow{T_{SD}}$ la paramétrisation des efforts de cisaillement au niveau de la couche de mélange,
 - $H \vec{\psi}$ le forçage météorologique,
 - x, y la longitude positive vers l’est et la latitude positive vers le nord.

Les deux termes $\overrightarrow{F_{WD}}$ et $\overrightarrow{T_{SD}}$ sont d’une importance toute particulière ; leur formulation finale est écrite ci-dessous et leur obtention est décrite de manière plus détaillée en annexe.

Tout d’abord le terme $\overrightarrow{F_{WD}}$ joue un rôle important de ”dissipateur d’énergie”, et traduit le *transfert d’énergie par ondes internes*. En effet, les courants de marée barotrope se propageant sur de forts gradients de bathymétrie sont responsables de la génération d’ondes de marée internes, ces ondes étant à l’origine de l’essentiel du transfert d’énergie du mode barotrope vers les modes baroclines. D’un point de vue paramétrisation, le travail de cette force $\overrightarrow{F_{WD}}$ doit donc équilibrer la perte d’énergie de l’océan barotrope sous forme d’ondes de marée internes (cf : *Annexe A.1 - Terme $\overrightarrow{F_{WD}}$*). C’est la formule suivante qui est implémentée dans le modèle MOG2D, en lui joignant un paramètre de calage empirique C_{WD} :

$$\overrightarrow{F_{WD}} = -\frac{C_{WD}}{\rho_0} \frac{1}{2} \rho_0 \kappa^{-1} N (\vec{\nabla} H \cdot \vec{u}_0) \vec{\nabla} H. \quad (1.9)$$

- en notant :
- ρ_0 la densité non perturbée,
 - κ^{-1} la longueur d’onde équivalente du fond marin périodique,
 - N la fréquence de Brunt-Väisälä,
 - \vec{u}_0 la vitesse de marée barotrope.

Les modèles barotropes de marée océanique sont adaptés principalement aux hautes fréquences, et ne sont pas capables de représenter les processus baroclines, très dissipateurs d'énergie. Il est donc nécessaire d'ajouter un terme, noté $\overrightarrow{T_{SD}}$ traduisant la dissipation d'énergie dans la couche de mélange (effet de couche limite entre couche de surface et couche profonde), et celle issue de la déstratification tridimensionnelle de la colonne d'eau, qui absorbe une partie du vent. Ce terme est appliqué aux profondeurs inférieures à 1000m, et permet ainsi la dissipation en eau profonde. La contrainte totale moyenne sur la colonne d'eau s'écrit sous la forme :

$$\overrightarrow{T_{SD}} = \frac{1}{H} c^2 (C_m + \alpha^2 C_d) \|\vec{u}'\| \vec{u}', \quad (1.10)$$

où : c et α sont des constantes (cf : *Annexe A.1 - Terme $\overrightarrow{F_{SD}}$*),
 C_m est le coefficient empirique de *cisaillement*, $C_m = 10^{-3}$,
 C_d est le coefficient classique de type *De Chézy*, $C_d = 2.510^{-3}$,
 u' est la vitesse barotrope.

C'est cette formulation de la contrainte de cisaillement par le vent qui est implémentée dans le modèle *MOG2D*. Cette paramétrisation reste très basique, mais elle permet actuellement de résoudre le problème lié à l'augmentation de l'énergie de la circulation profonde.

Au final, les équations "*Shallow Water*" (contenant l'équation d'onde et l'équation de conservation de la quantité de mouvement) s'écrivent :

$$\frac{\partial H}{\partial t} + \nabla \cdot (H \vec{u}) = 0, \quad (1.11)$$

$$\frac{\partial H \vec{u}}{\partial t} + \nabla \cdot (H \overline{\overline{u u}}) + f_c \vec{k} \wedge (H \vec{u}) = -gH \vec{\nabla} (\eta - \Pi_a) + \tau H \vec{u} + H \vec{F} + H \vec{E}, \quad (1.12)$$

avec : $H \vec{E} = \nu_T \Delta (H \vec{u})$,
 $H \vec{F} = \overrightarrow{F_{WD}} + \overrightarrow{T_{SD}} + H \vec{\psi} - H \vec{\nabla} P_a$.

1.1.3 Equations du modèle

Elles sont issues des équations "*Shallow Water*". En dérivant l'équation de continuité (1.11) par rapport au temps, nous obtenons l'**équation d'onde** qui s'exprime par :

$$\frac{\partial^2 H}{\partial t^2} + \nabla \cdot \left(\frac{\partial H \vec{u}}{\partial t} \right) = 0. \quad (1.13)$$

Puis, en prenant la divergence de l'équation (1.12), et en y substituant le terme $\nabla \cdot \left(\frac{\partial H \vec{u}}{\partial t} \right)$ obtenu de l'équation (1.13), nous obtenons l'**équation d'onde non-linéaire *Shallow Water*** exprimée par :

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 H}{\partial t^2} + \tau \frac{\partial H}{\partial t} - \nabla \cdot \left\{ \nabla \cdot (H \overline{\overline{u u}}) + gH \vec{\nabla} (\eta - \Pi_a) \right. \\ \left. f_c \vec{k} \wedge (H \vec{u}) - \nu_T \Delta (H \vec{u}) - H \vec{F} \right\} - H \vec{u} \cdot \vec{\nabla} \tau = 0. \end{aligned} \quad (1.14)$$

En réalité, il y a une perte d'information dans l'équation d'onde (1.14) due à la dérivation en temps ([WERNER and LYNCH, 1987]). Il peut en résulter une certaine dérive du niveau moyen de la mer sur le long terme. Dans ces conditions, on contraint l'équation d'onde (1.14) avec un rappel vers l'équation de continuité (1.7). Nous résolvons donc l'équation (1.14)+ τ_0 ·(1.7), où τ_0 est un paramètre arbitraire constant (typiquement $\tau_0 = 10^{-3}$). Cette dernière opération conduit à l'équation :

$$\begin{aligned} & \frac{\partial^2 H}{\partial t^2} + \tau_0 \frac{\partial H}{\partial t} - \nabla \cdot \left\{ \nabla \cdot (H \overline{\overline{u}}) + gH \overline{\nabla} (\eta - \Pi_a) \right. \\ & \left. + f_c \overline{k} \wedge (H \overline{u}) - \nu_T \Delta (H \overline{u}) - H \overline{F} + (\tau - \tau_0)(H \overline{u}) \right\} = 0. \end{aligned} \quad (1.15)$$

Ces deux équations (1.13) et (1.15) constituent donc les équations de base du modèle.

1.2 Conditions aux limites

Dans cette section nous présentons les différentes conditions aux limites mises en œuvre dans le modèle qui permettent de compléter les équations de base implémentées.

1.2.1 Frontières fermées

Nous y appliquons la condition d'imperméabilité classique, traduisant l'absence de flux à travers les frontières rigides (dans notre cas les traits de côte) :

$$\overline{u} \cdot \overline{n} = 0, \quad \text{avec } \overline{n} \text{ est un vecteur normal à la côte.} \quad (1.16)$$

1.2.2 Frontières ouvertes

La question des conditions aux frontières ouvertes est l'un des points critiques de la modélisation. Certes les élévations de la marée et les effets de la pression sont maintenant bien modélisés -par des modèles globaux pour l'un, et l'approximation du Baromètre Inverse *BI* (cf *Annexe D.1.1 - Rappel : théorie du baromètre inverse*)-, mais les conditions aux frontières ouvertes ne permettent pas de tenir compte des processus dynamiques engendrés en dehors du domaine, et susceptibles de se propager à l'intérieur de celui-ci.

Le modèle MOG2D offre le choix de 2 types de conditions aux frontières ouvertes :

1. Condition de type Dirichlet

A la frontière, nous imposons au modèle de suivre les élévations dues à la marée et à la pression atmosphérique, soit :

$$\alpha_{\text{frontière}} = \alpha_{\text{marée}} + \alpha_{BI}. \quad (1.17)$$

2. Condition caractéristique

Son avantage principal, par rapport à la condition de type Dirichlet, est de laisser passer les ondes de gravité ([R.W. LARDNER and GUNAY, 1986]). Elle s'écrit :

$$(\overline{u} - \overline{u}_0) \cdot \overline{n} + \sqrt{\frac{g}{H}} \cdot (\alpha - \alpha_0) = 0, \quad (1.18)$$

où α_0 et u_0 sont des valeurs de relaxation pour l'élévation et la vitesse. Pour notre étude, nous affectons à la valeur de rappel pour l'élévation, l'élévation de marée et celle due à la pression atmosphérique : $\alpha_0 = \alpha_{\text{marée}} + \alpha_{BI}$. Pour les effets liés au vent, aucune information n'est disponible, notamment en terme de flux aux frontières. Nous fixons donc $u_0 = 0$.

Dans le cas de la modélisation de la marée, nous utilisons une combinaison de ces deux conditions car elle est plus efficace.

1.3 Discrétisations et résolutions

Comme évoqué précédemment, l'une des originalités du modèle *MOG2D* réside dans l'application de la méthode des éléments finis pour la discrétisation spatiale des équations de base. La discrétisation temporelle de ces équations est, quant à elle, assurée par la mise en œuvre d'un schéma de différences finies. Ces deux discrétisations sont présentées en détails dans l'article de [LYNCH and GRAY, 1979]; nous présentons ici les points essentiels de ces deux méthodes.

1.3.1 Discrétisation spatiale

L'application de la méthode des éléments finis nécessite au préalable d'écrire le problème sous sa forme variationnelle. Dans un premier temps nous établissons donc la formulation variationnelle du problème. Ensuite nous cherchons, conformément à la méthode de Galerkin, des solutions sous la forme d'une somme finie de termes :

$$H(x, y, t) \simeq \hat{H} \equiv \sum_{i=1}^N H_i(t) \Phi_i(x, y)$$

où Φ_i sont les N fonctions de base.

De même, les fonctions η , \vec{u} (de composantes U et V), τ , p_a et Π_a sont approchées par $\hat{\eta}$, $\vec{\hat{u}}$ (\hat{U} et \hat{V}), $\hat{\tau}$, \hat{p}_a et $\hat{\Pi}_a$. En substituant ces approximations dans la formulation faible du problème, nous aboutissons, après reformulation, à :

$$\sum_{i=1}^N \left[\langle \Phi_i, \Phi_j \rangle \frac{d^2 H_i}{dt^2} + \tau_0 \langle \Phi_i, \Phi_j \rangle \frac{d H_i}{dt} \right] = r_i \quad j = 1, \dots, N \quad (1.19)$$

où :

$$r_i \equiv - \oint_{\partial \mathcal{D}} \Phi_j \left(\tau_0 \hat{H} \vec{\hat{u}} + \frac{\partial \hat{H} \vec{\hat{u}}}{\partial t} \right) \cdot \vec{n} dS - \left\langle \nabla \cdot \left\{ \nabla \cdot (\hat{H} \vec{\hat{u}} \vec{\hat{u}}) + g \hat{H} \vec{\nabla} (\hat{\eta} - \hat{\Pi}_a) + \right. \right. \\ \left. \left. f_c \vec{k} \wedge (\hat{H} \vec{\hat{u}}) - \nu_T \Delta (\hat{H} \vec{\hat{u}}) - \hat{H} \vec{F} + (\hat{\tau} - \tau_0) (\hat{H} \vec{\hat{u}}) \right\}, \vec{\nabla} \Phi_j \right\rangle,$$

le premier terme de r_i étant nul, car $\Phi_j = 0$ sur les frontières ouvertes, et $\vec{u} \cdot \vec{n} = 0$ sur les frontières fermées.

De la même manière, nous appliquons la méthode de Galerkin à l'équation vectorielle de conservation de la quantité de mouvement; nous obtenons donc deux nouvelles équations scalaires faisant intervenir les composantes U et V de la vitesse.

Cette discrétisation aux éléments finis permet d'appliquer un maillage plus large au niveau de l'océan profond, et de le raffiner sur les zones littorales et dans les régions à fort gradient topographique.

Ainsi deux critères géométriques sont appliqués au maillage. Le premier, proposé par [LE PROVOST and VINCENT, 1986] dans l'optique de résoudre correctement les ondes de gravité, est un critère local déterminant la distance maximale ΔL admissible entre deux nœuds consécutifs du maillage en fonction de la longueur d'onde λ :

$$\Delta L = \frac{\lambda}{15} = \frac{2\pi}{15\omega} \sqrt{gH} \quad (1.20)$$

avec ω , la fréquence de l'onde de marée considérée,
 H , la profondeur au nœud considéré.

Le second critère est un critère de représentation de la vitesse ; il relie la taille admissible maximale des mailles à la bathymétrie :

$$\Delta L = \frac{2\pi}{15} \frac{H}{\|\vec{\nabla} H\|} \quad (1.21)$$

Ce critère permet d'imposer de grandes mailles en eaux profondes, et des mailles plus resserrées en zones littorales.

Un exemple de maillage, permettant d'illustrer la mise en œuvre de ces différents critères, est représenté sur la figure ci-dessous : il s'agit d'un zoom au niveau des îles Kerguelen, où la distance entre deux noeuds consécutifs autour de la côtes est de 1 km.

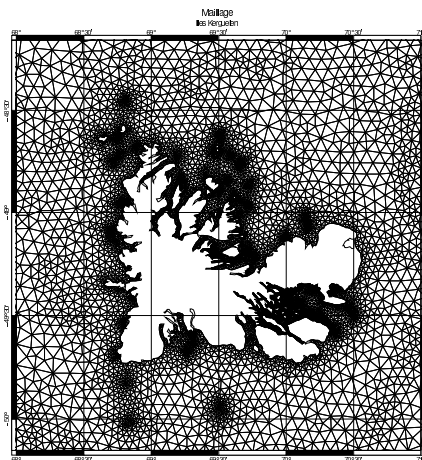


FIG. 1.1 – Maillage autour des îles Kerguelen.

Enfin pour intégrer les équations discrétisées sur tout le domaine, nous utilisons la méthode *P1-Lagrange non conforme* (cf : *Annexe B : Méthode P1 non conforme*) qui calcule l'intégrale de manière exacte tout en ayant l'avantage de ne pas faire intervenir de termes croisés. Par ailleurs cette méthode aux éléments finis discrétise relativement bien les ondes de type inertie/gravité.

1.3.2 Discrétisation temporelle

Nous utilisons un schéma aux *différences finies*, centré au temps k (indice de temps courant) afin de discrétiser les dérivées en temps :

$$\left. \frac{dZ}{dt} \right|_k \simeq \frac{Z_{k+1} - Z_{k-1}}{2\Delta t} \quad \text{et} \quad \left. \frac{d^2Z}{dt^2} \right|_k \simeq \frac{Z_{k+1} - 2Z_k + Z_{k-1}}{\Delta t^2}$$

Les autres termes sont exprimés à l'instant k . Cependant, on introduit un paramètre θ permettant de rendre la formulation *semi-implicite*, tout en conservant le caractère centré :

$$Z_k \simeq \frac{\theta}{2}(Z_{k+1} + Z_{k-1}) + (1 - \theta)Z_k \quad \theta = 0.75.$$

La substitution de ces approximations dans les équations discrétisées en espace conduit aux formulations matricielles suivantes :

$$[A]_k \cdot (\Delta H)_k = (RW)_k \quad \text{équation d'onde non linéaire,} \quad (1.22)$$

$$[B]_k \cdot (\Delta U)_k = (RMX)_k \quad \text{quantité de mouvement en x,} \quad (1.23)$$

$$[B]_k \cdot (\Delta V)_k = (RMY)_k \quad \text{quantité de mouvement en y,} \quad (1.24)$$

où : $[A]_k$ et $[B]_k$ sont les matrices de rigidité des trois systèmes,
 $(\Delta H)_j^k \equiv H_j^{k+1} - H_j^{k-1}$,
 $(\Delta U)_j^k \equiv U_j^{k+1} - U_j^k$,
 $(\Delta V)_j^k \equiv V_j^{k+1} - V_j^k$.

Les matrices obtenues sont des matrices bandes à diagonale dominante. Leur taille permet encore une résolution du système grâce à une méthode directe d'inversion de matrice, le modèle utilise donc cette méthode car le temps de calcul est moindre en comparaison avec l'utilisation d'une méthode itérative. Ainsi, ces trois systèmes sont résolus grâce à une *décomposition LU* des matrices $[A]_k$ et $[B]_k$. Les solutions du premier système sont utilisées pour résoudre les deux autres.

1.3.3 Condition CFL

Pour assurer la stabilité du modèle, une condition de CFL^3 est imposée, reliant la discrétisation spatiale et la discrétisation temporelle. Cette contrainte impose que, pour un pas de temps Δt donné, une onde de gravité de célérité c ne doit pas se propager sur une distance supérieure à la taille de la maille, soit la condition :

$$c\Delta t < \Delta x \quad (1.25)$$

Dans la pratique, pour le modèle MOG2D, la valeur du pas de temps peut être prise, au maximum, égale à deux fois celle donnée par la condition de CFL.

D'autre part, en eau peu profonde, la célérité c s'exprime selon la relation suivante :

$$c = \sqrt{gH} \quad (1.26)$$

Par conséquent, dans les zones à forts gradients topographiques, le maillage doit être raffiné afin de bien représenter les phénomènes physiques et doit aussi respecter la condition CFL. Or dans ces régions, la condition de CFL est violée de façon trop manifeste et les nœuds sont instables : le pas de temps principal est trop important pour ces nœuds. Le modèle utilise donc un pas de temps inférieur : il recalcule alors les valeurs à l'instant $t + \frac{\Delta t}{N}$ (N entier), puis tous les $\frac{\Delta t}{N}$ jusqu'à $t + \Delta t$ dans un voisinage des nœuds instables.

Nous allons maintenant tester ce modèle sur différents cas afin de le valider dans notre zone d'étude.

³Courant-Friedrichs-Lévy

Chapitre 2

Validation du modèle sur le signal de marée

Notre but dans cette partie est de valider le modèle dans notre zone d'étude qui s'étend des Terres Australes et Antarctiques Françaises jusqu'à la plate-forme de glace d'Amery en Antarctique (cf *Annexe C.1 - Zone d'étude*).

Dans cette partie nous allons présenter les méthodes d'analyse utilisées pour confronter les résultats de simulation de marée aux données dont nous disposons. Nous allons également effectuer une étude de sensibilité sur différents paramètres afin d'utiliser le modèle dans les conditions les plus adaptées à notre cas d'étude.

2.1 La marée océanique

2.1.1 Principe

La marée océanique est due au mouvement relatif apparent des corps célestes autour de la Terre qui, combiné à la rotation propre de la Terre sur elle-même, génère des forces d'attraction gravitationnelles périodiques entraînant un déplacement périodique et ondulatoire des masses d'eau. La marée peut être considérée comme la somme de signaux élémentaires strictement périodiques appelés composantes harmoniques. Dans notre étude nous avons utilisé 8 composantes principales de marée, leur période ainsi que leur origine sont décrites dans le tableau ci-dessous.

Nom	Composante	Période	Origine
M2	Lunaire moyenne	12h25	Mouvement moyen de la lune
S2	Solaire moyenne	12h00	Mouvement apparent du soleil
K2	Déclinaisonnelle luni-solaire	11h59	Inclinaisons orbite lunaire, écliptique
N2	Elliptique majeure lunaire	12h39	Effets d'excentricité
K1	Déclinaisonnelle luni-solaire	23h56	Déclinaison luni-solaire
O1	Lunaire principale	25h49	Déclinaison de la lune
P1	Solaire principale	24h03	Déclinaison du soleil
Q1	Elliptique majeure lunaire	26h56	Effets d'excentricité

TAB. 2.1 – *Tableau des ondes de marée utilisées lors des simulations.*

L'harmonique principale est la composante lunaire semi-diurne (composante dont le chiffre indiqué est 2), provoquée par la résultante de l'attraction gravitationnelle directe de la Lune sur la Terre et par la force d'inertie centrifuge due aux mouvements relatifs du couple Terre-Lune. Les harmoniques

se regroupent selon qu'elles sont plutôt semi-diurnes, diurnes, bimensuels, mensuels et aussi quart-diurnes, sixième-diurnes, etc.

2.1.2 Observations de la marée

Dans le cas de la marée, les effets mesurables sont l'élévation de surface du niveau de la mer et les courants à différentes profondeurs. Nous disposons de plusieurs types de données pour mesurer l'élévation de surface. Pour notre étude nous avons utilisé des données fournies par les marégraphes côtiers, calculant directement les hauteurs de colonne d'eau en un point donné du globe, par les mouillages marégraphiques, situés au large des côtes, et par les données altimétriques (cf *Annexe D - Données de référence*). Ces observations ont été réparties en trois jeux distincts : les mesures altimétriques fournies par le satellite *Topex/Poséidon* et les mesures marégraphiques réparties sur deux sites : la région des îles Kerguelen, Crozet, Saint-Paul et Amsterdam, et celle située au niveau de l'Antarctique.

2.2 Méthodes d'analyse

2.2.1 Analyse harmonique

Les sorties du modèle ne peuvent pas directement être comparées avec les observations de marée. Il nous faut effectuer au préalable une analyse harmonique de ces données in-situ qui permet de déterminer les coefficients de chaque onde de marée (l'amplitude et la phase) aux endroits où l'on dispose de données.

Partant du principe de périodicité du phénomène de marée, il nous est possible de décomposer l'élévation de surface due à la marée en une somme de composantes périodiques dont la fréquence est parfaitement connue, et ainsi de connaître les caractéristiques d'amplitude et de phase de chaque onde de marée.

L'élévation de surface $h_{Marée}$ en un point $P = (\lambda, \phi)$ et au temps t , peut donc s'écrire sous la forme :

$$h_{Marée}(P, t) = \sum_k f_k(t) A_k(P) \cos \left(V_k(t) + u_k(t) + G_k(P) \right), \quad (2.1)$$

avec :

- A_k et G_k l'amplitude et la phase pour chaque composante k du spectre considéré
- $f_k(t)$ le facteur de correction nodale en amplitude,
- $u_k(t)$ le facteur de correction nodale en phase,
- $V_k(t)$ la phase au temps t , $V_k(t) = V_k^0 + \omega_k(t - t_0)$,
- ω_k la pulsation de l'onde k ,
- $V_k^0 = V_k(t_0)$ la phase à l'origine des temps.

En décomposant le cosinus et en notant $V_k'(t) = V_k(t) + u_k(t)$, nous obtenons donc :

$$h_{Marée}(P, t) = \sum_k f_k(t) A_k(P) \left(\cos(G_k(P)) \cos(V_k'(t)) + \sin(G_k(P)) \sin(V_k'(t)) \right) \quad (2.2)$$

$$= \sum_k f_k(t) \left(x_k(P) \cos(V_k'(t)) + y_k(P) \sin(V_k'(t)) \right), \quad (2.3)$$

$$\begin{aligned} \text{avec : } x_k(\lambda, \phi) &= A_k(\lambda, \phi) \cos(G_k(\lambda, \phi)), \\ y_k(\lambda, \phi) &= A_k(\lambda, \phi) \sin(G_k(\lambda, \phi)). \end{aligned}$$

L'analyse harmonique est un algorithme aux moindres carrés qui minimise le résidu de la différence entre les observations et une prédiction optimale de la marée [GODIN [1972] et FOREMAN and NEUFELD [1991]]. Cela revient à minimiser la fonction :

$$J = \sum_{n=1}^{nmes} \left(h(t) - h_{Marée}(t_n) \right)^2. \quad (2.4)$$

L'analyse harmonique est particulièrement bien adaptée aux séries de données marégraphiques, car à la différence de la transformée de Fourier, elle résout le système avec un jeu de fréquences parfaitement connues. L'analyse harmonique possède également l'avantage de permettre le calcul des composantes de marée avec une série temporelle creuse (données manquantes) ou irrégulièrement échantillonnée.

L'utilisation de l'analyse harmonique est toutefois limitée par la longueur de la série temporelle de mesures et par l'échantillonnage de cette série.

2.2.2 Les erreurs complexes

Grâce à l'analyse harmonique des séries d'observation nous pouvons maintenant obtenir l'amplitude et la phase des ondes de marée aux endroits où nous possédons des mesures marégraphiques et altimétriques suffisantes, et ainsi comparer les simulations effectuées avec ces données. Pour effectuer ces comparaisons nous avons choisi de calculer la différence complexe car elle a l'avantage de combiner les erreurs d'amplitude et de phase entre les deux signaux de marée à comparer. En notant A_1 , A_2 et ϕ_1 , ϕ_2 les amplitudes et phases de chacune des deux ondes à comparer (onde mesurée et simulée), nous devons donc calculer :

$$\text{Différence complexe} \equiv \left| A_1 e^{i\phi_1} - A_2 e^{i\phi_2} \right| \quad (2.5)$$

C'est cette formulation que nous allons utiliser afin de comparer nos résultats de simulation avec les observations.

2.2.3 Variabilité des coefficients des ondes de marée

Comme nous l'avons déjà souligné, un inconvénient majeur dans l'utilisation de l'analyse harmonique est que les amplitudes et les phases calculées varient suivant la longueur et l'échantillonnage de la série temporelle de mesures. Ainsi l'analyse harmonique d'une série de données dans sa totalité, et celle d'un échantillon de ces données ne donnera pas exactement les mêmes résultats pour l'amplitude et la phase de chaque onde. Il s'agit donc d'effectuer plusieurs analyses harmoniques à partir de fragments d'une série afin d'étudier la variabilité des résultats obtenus et ainsi d'obtenir une incertitude sur les amplitudes et phases calculées.

Nous réalisons une étude de variabilité pour les séries temporelles des trois marégraphes côtiers (situés autour des îles Kerguelen, Crozet et Saint-Paul) car leur période d'observation est suffisamment étendue pour permettre cette étude. Dans un premier temps nous effectuons l'analyse harmonique sur la série dans son entier ; ces résultats servent alors de référence pour déterminer la variabilité des données utilisées. L'analyse est alors effectuée sur chaque année de mesure, et les résultats sont comparés avec les amplitudes et phases de référence en calculant la différence complexe. Pour chaque onde de marée, nous présentons dans le tableau suivant les amplitudes de référence et la variabilité maximale en *cm*.

Ondes de marée	Kerguelen		Crozet		Saint-Paul	
	Amplitude	Variabilité	Amplitude	Variabilité	Amplitude	Variabilité
M2	51.47	4.00	13.20	1.56	39.79	1.90
S2	21.56	1.22	3.73	0.55	21.30	1.55
K2	5.98	0.57	0.87	0.49	6.30	0.71
N2	11.26	0.73	3.11	0.38	7.28	0.38
K1	7.63	0.61	3.40	0.92	6.84	0.43
O1	1.89	0.54	2.68	0.28	3.44	0.40
P1	2.22	0.54	0.94	0.62	1.99	0.16
Q1	0.99	0.26	1.05	0.21	0.95	0.21

TAB. 2.2 – Amplitude calculée sur toute la série d’observations et variabilité maximale des ondes de marée sur les marégraphes côtiers (résultats en *cm*).

Globalement, pour chacun des marégraphes, la variabilité est assez faible. Elle n’excède jamais les 10% de l’amplitude de l’onde lorsque celle-ci est supérieure à 2 *cm*. En dessous de cette mesure les données marégraphiques sont perturbées par des phénomènes tels que la houle, ce qui explique le fait que la variabilité soit aussi importante pour les ondes de faible amplitude.

Lors des comparaisons entre les observations et les sorties de simulation, il faut donc avoir à l’esprit que les différences obtenues sont dues au modèle mais également aux incertitudes sur les données utilisées.

2.3 Les expériences

Avant de présenter les résultats obtenus, nous énumérons les différents scénarios utilisés lors des simulations afin de bien les clarifier. Le tableau suivant présente les différentes simulations effectuées ainsi que la provenance des bathymétries et des traits de côte utilisés pour chacune d’entre elles.

Simulation	Bathymétrie	Trait de côte	Autre
1	<i>NOAA</i>	non modifié	
2	<i>NOAA</i>	ligne de front	front imposé
3	<i>GEBCO</i>	non modifié	
4	<i>GEBCO</i> modifiée au niveau de l’Amery Shelf	redessiné (image satellite)	front imposé
5	<i>GEBCO</i> modifiée au niveau de l’Amery Shelf	redessiné (image satellite)	front imposé frottements dus à la glace

TAB. 2.3 – Scénarios utilisés lors des simulations.

La simulation 1 nous sert de simulation de référence, elle est réalisée avec le trait de côte et la bathymétrie pris par défaut dans le modèle. La comparaison entre les tests 1 et 2 nous permettra d’analyser les effets de la création d’un front dans la région d’Amery. Celle entre les simulations 1 et 3 nous montrera les conséquences du changement de bathymétrie sur les résultats obtenus.

La simulation 4 est réalisée à partir des résultats obtenus pour des tests précédentes, elle regroupe les avantages de chacune d'entre eux. Enfin la dernière simulation utilise les mêmes paramètres que la 4, mais nous y ajoutons les effets dus aux frottements de la plate-forme de glace.

2.4 Les résultats

2.4.1 Simulation de référence

Une étude sur la variation de hauteur de la surface libre de l'océan a été effectuée l'an dernier ([PERRUCHÉ, 2004]) dans la région du Sud de l'océan Indien située autour des Terres Australes et Antarctiques Françaises. Cette étude a donné de bons résultats en comparaison avec les données marégraphiques. Cependant nous avons souhaité étendre cette étude jusqu'à la plate-forme d'Amery pour deux raisons :

1. La première raison est que nous avons constaté des problèmes aux conditions limites lors des simulations effectuées sur l'ancien domaine. En effet le courant n'arrivait pas à traverser les frontières de ce domaine comme le montre la figure suivante.

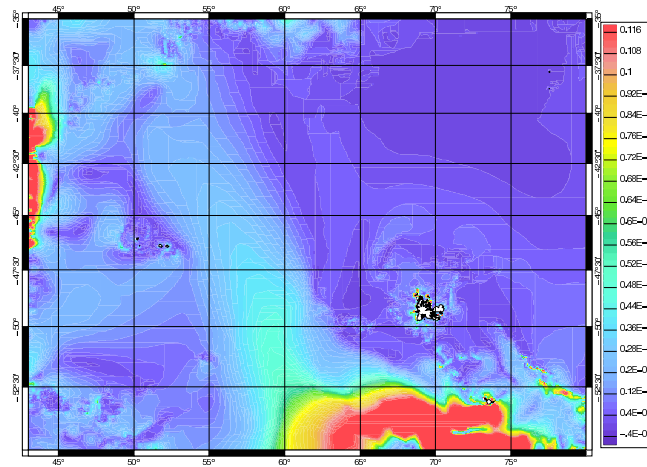


FIG. 2.1 – Courants moyens (cm.s^{-1}) autour des Terres Australes et Antarctiques Françaises.

Ces problèmes aux limites du domaine sont dus au fait que seules les élévations et les vitesses harmoniques sont prescrites aux bords. Le courant moyen n'étant pas prescrit, il lui est impossible de traverser les frontières. Ainsi comme il est impossible d'accumuler les masses d'eau, une circulation s'établit pour les redistribuer dans le domaine.

2. La deuxième raison est que les plates-formes de glace dissipent de l'énergie de marée ([M.L. GENCO and LE PROVOST, 1994]) et doivent donc être prises en compte.

Ainsi nous avons décidé d'étendre la zone d'étude jusqu'à l'Antarctique. En effet ceci nous permet d'une part d'avoir des frontières fermées au Sud de notre domaine, et ainsi de supprimer les problèmes de modélisation dus à l'application de frontières ouvertes. D'autre part cela nous permet d'inclure la plate-forme de glace d'Amery dans notre domaine.

La simulation de référence se déroule sur toute l'année 2001. Le maillage utilisé contient 53015 éléments pour 28090 noeuds ; les frontières sont formées par 3395 noeuds sur lesquels les conditions aux limites sont imposées. Dans cette simulation nous avons utilisé le trait de côte proposé par défaut par le logiciel, et nous avons pris en considération la bathymétrie *legos.1.GMT.2* provenant de la NOAA (*National Oceanic and Atmospheric Administration*) dont la résolution est de 2 minutes d'arc.

Nous pouvons tout d’abord souligner le fait que les instabilités aux frontières ont été supprimées pour la simulation sur le nouveau domaine. Cela se vérifie aussi bien sur les élévations que sur les vitesses qui sont imposées sur les limites ouvertes du domaine.

Par ailleurs nous validons la sortie du modèle par rapport aux trois marégraphes côtiers sur lesquels nous avons effectué une étude de variabilité. Cela nous permet ainsi de confronter les résultats aux observations tout en connaissant l’incertitude des données utilisées. Le tableau suivant mentionne, en *cm*, les différences complexes pour les 8 ondes traitées par le modèle, ainsi que la variabilité maximale des observations prises en considération.

Ondes de marée	Kerguelen		Crozet		Saint-Paul	
	Différence	Variabilité	Différence	Variabilité	Différence	Variabilité
M2	5.29	4.00	2.39	1.56	2.12	1.9
S2	2.52	1.22	1.19	0.55	1.75	1.55
K2	0.29	0.57	0.82	0.49	0.89	0.71
N2	1.05	0.73	1.20	0.38	0.52	0.38
K1	1.79	0.61	1.46	0.92	0.41	0.43
O1	2.39	0.54	0.67	0.28	0.31	0.40
P1	0.53	0.54	0.70	0.62	0.20	0.16
Q1	0.23	0.26	0.31	0.21	0.26	0.21

TAB. 2.4 – *Pour chaque onde simulée : différences complexes entre les simulations et les données des marégraphes côtiers, et variabilité maximale de ces données (en cm).*

Nous remarquons tout d’abord que les différences obtenues sont très inférieures aux amplitudes de chacune des ondes modélisées (cf : TAB. 2.4), et que le modèle semble donc très bien simuler le phénomène de marée. Par ailleurs, pour chacune des ondes de marée, les différences calculées entre la simulation et les données sont plus importantes que la variabilité de ces données. Les sorties de simulation peuvent donc être améliorées.

Notre but est maintenant d’étudier la sensibilité du modèle sur différents paramètres afin d’optimiser l’utilisation du code dans notre cas d’étude.

2.4.2 Influence du front au niveau de l’Amery Shelf

Dans un premier temps nous étudions l’influence du front dû à la plate-forme de glace sur les résultats obtenus lors de la simulation. Pour cela nous effectuons une seconde simulation en ne faisant varier que ce paramètre dans la région de l’Amery Shelf. En ce qui concerne la simulation de référence le trait de côte dans cette région correspond à la ligne d’échouage et la hauteur de mer diminue de manière progressive, alors que dans la nouvelle simulation il s’agit de la ligne de front de la plate-forme de glace et la hauteur de colonne d’eau devient nulle brutalement représentant ainsi le front provoqué par la plate-forme.

Nous analysons les résultats obtenus en les comparant, à chaque point de mesure, avec les résultats issus des analyses harmoniques des observations. Dans le tableau suivant nous présentons, pour chaque onde de marée traitée et pour chacune des deux configurations, la moyenne de la différence complexe sur tout le jeu de données considéré. Les résultats sont donnés en *cm*.

Ondes de marée	Iles Kerguelen		Antarctique		<i>Topex/Poséidon</i>	
	échouage	front	échouage	front	échouage	front
M2	1.8	1.8	1.8	1.3	2.4	2.4
S2	0.8	0.8	1.5	0.9	1.0	1.0
K2	0.3	0.3	0.4	0.6	0.9	0.9
N2	0.4	0.4	0.3	0.3	0.7	0.7
K1	0.8	0.8	2.0	1.9	1.8	1.8
O1	0.5	0.5	1.4	1.9	1.3	1.3
P1	0.2	0.2	0.7	0.6	0.6	0.6
Q1	0.1	0.1	1.0	1.1	0.9	0.9

TAB. 2.5 – Sur chaque jeu de données : moyenne des erreurs complexes obtenues pour la simulation sans front (ligne d'échouage) dans l'Amery Shelf et celle avec un front (résultats en *cm*).

Avant d'étudier l'influence du changement du front à proprement parler, nous pouvons remarquer que pour une même simulation et pour une même onde considérée, les moyennes des différences complexes varient d'un jeu de donnée à l'autre. Cela est dû à plusieurs facteurs. Tout d'abord, les écarts varient entre les deux jeux de données marégraphiques car à l'heure actuelle les informations sur les données d'entrée (hauteur de colonnes d'eau, etc) sont plus importantes au niveau du plateau des Kerguelen qu'en Antarctique. Enfin, les mesures marégraphiques possèdent moins d'erreur que les mesures spatiales. En effet, les données marégraphiques sont en général effectuées sur de longues périodes à des fréquences horaires. L'analyse harmonique de ce type de mesure fournit des résultats de grande précision : la confiance accordée à ces mesures est de 1 *cm*. A l'inverse, l'analyse harmonique des mesures altimétriques est biaisée par le phénomène d'alias et les incertitudes sur certaines corrections. La confiance accordée aux données de *Topex/Poséidon* est de 3 *cm*.

Loqué nous imposons le front, cela n'a aucune influence sur les comparaisons avec les mesures altimétriques. Les différences ne sont vraiment visibles que sur le jeu de données de l'Antarctique, ce qui semble logique puisque celles-ci sont à proximité de la plate-forme de glace d'Amery. Par ailleurs la réduction des erreurs est plus particulièrement visible sur les ondes de marée ayant une forte amplitude (*M2*, *S2*, et *K1*). Ces résultats peuvent s'expliquer de la manière suivante : le front brutal imposé dans la seconde simulation permet de réfléchir les ondes sur toute la hauteur, ce qui se rapproche plus de la réalité puisque la plate-forme de glace dans l'Amery Shelf crée également un front, d'une hauteur de 400 mètres depuis la surface.

Cette étude prouve donc que l'influence du front est locale puisque seules les différences calculées avec le jeu de données des marégraphes de l'Antarctique sont améliorées. Elle démontre la nécessité d'imposer numériquement un front permettant de représenter celui créé dans la réalité par la plate-forme de glace.

2.4.3 Sensibilité à la bathymétrie

Nous cherchons maintenant à déterminer l'influence de la bathymétrie sur les sorties du modèle au niveau du plateau des îles Kerguelen et de la plate-forme de glace d'Amery. Nous avons ainsi effectué une troisième modélisation de la marée en ne faisant varier que la bathymétrie par rapport à la simulation de référence.

La nouvelle bathymétrie utilisée, *gridone*, est une bathymétrie globale *GEBCO* (pour *General Bathymetric Chart of the Oceans* dont la résolution de 1 *minute* d'arc est donc plus importante, c'est-à-dire deux fois meilleure que celle ayant servi précédemment.

La Terre ayant une forme de sphère, la résolution est dépendante de la latitude : plus elle sera élevée, meilleure sera la résolution. Nous présentons, dans le tableau suivant, la taille de grille en km pour chaque bathymétrie utilisée et pour plusieurs latitudes données.

Latitude N or S	legos.1.GMT.2		gridone	
	E-W	N-S	E-W	N-S
0	3.70	2.70	1.85	1.85
30	3.20	2.70	1.60	1.85
45	2.62	2.70	1.31	1.85
60	1.84	2.70	0.92	1.85
75	1.04	2.70	0.57	1.85

TAB. 2.6 – Pour chacune des bathymétries : distance en km entre deux points de la grille ayant la même longitude ou latitude.

Nous avons tracé la différence entre les deux bathymétries utilisées pour la réalisation des simulations, *legos.1.GMT.2* et *gridone*. La figure ci-dessous représente cette différence, les résultats sont donnés en mètres.

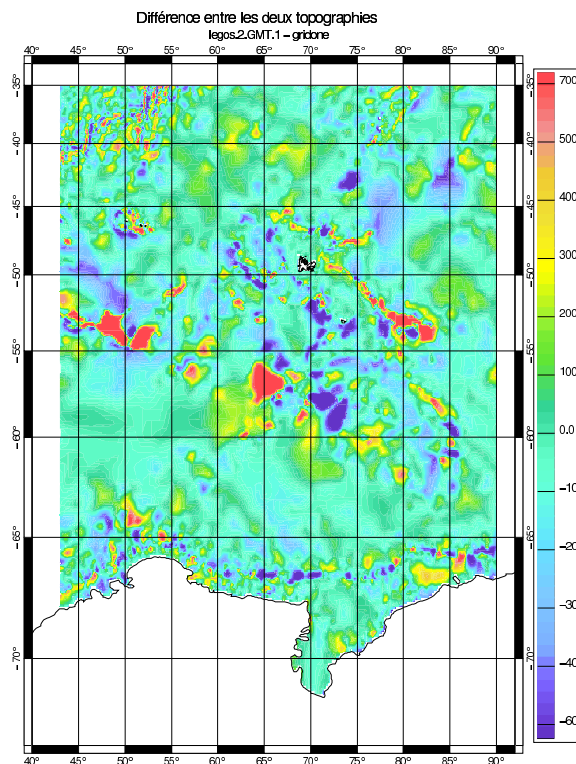


FIG. 2.2 – Carte des différences (m) entre les deux bathymétries utilisées sur le domaine d'étude.

Sur cette figure nous pouvons constater que, outre la différence de résolution entre les deux bathymétries, les écarts entre celles-ci peuvent atteindre jusqu'à $700\ m$. Les équations implémentées dans le modèle étant destinées à calculer la hauteur de colonne d'eau, nous pouvons doré et déjà supposer que le changement de bathymétrie aura une influence sur les résultats obtenus.

Ainsi, notre objectif est maintenant de comparer le signal de marée modélisé pour chacune des deux bathymétries avec les observations in-situ et altimétriques. Pour chacune des bathymétries considérées, nous présentons dans le tableau suivant la moyenne des différences complexes calculés à partir des données et des résultats obtenus pour la modélisation de chacune de ces ondes, les résultats sont donnés en *cm*.

Ondes de marée	Différences complexes					
	Iles Kerguelen		Antarctique		<i>Topex/Poséidon</i>	
	bnr	br	bnr	br	bnr	br
M2	1.8	1.4	1.8	0.3	2.4	2.3
S2	0.8	0.5	1.5	0.5	1.0	1.0
K2	0.3	0.3	0.4	0.5	0.9	0.9
N2	0.4	0.3	0.3	0.2	0.7	0.7
K1	0.8	0.7	2.0	1.9	1.8	1.8
O1	0.5	0.5	1.4	1.3	1.3	1.3
P1	0.2	0.2	0.7	0.6	0.6	0.6
Q1	0.1	0.1	1.0	1.1	0.9	0.9

TAB. 2.7 – Pour chaque jeu de données : moyenne des différences complexes pour la bathymétrie non raffinée (*bnr*) et raffinée (*br*).

Nous pouvons remarquer ensuite que les différences les plus importantes se situent au niveau des ondes semi-diurnes dont les amplitudes sont les plus importantes, et plus particulièrement l’onde *M2*. Nous constatons que pour ces ondes, la nouvelle bathymétrie fournit des résultats plus proches des données marégraphiques que l’ancienne bathymétrie.

Ainsi à l’issue des comparaisons entre les résultats des deux simulations et les données in-situ et satellitaires, nous pouvons réaliser à quel point la bathymétrie est l’une des sources d’erreur importantes dans la modélisation de la marée.

Dans cette partie nous avons donc essentiellement étudié la sensibilité du modèle envers certains paramètres d’entrée : le front et la bathymétrie. A l’issue des simulations, nous nous sommes aperçus qu’il était nécessaire d’imposer un front représentant celui dû à la plate-forme de glace dans la région de l’Amery Shelf, et que la bathymétrie devait être à la fois la plus raffinée possible et la plus exacte possible.

Chapitre 3

Amélioration des simulations

Nous venons donc de constater à quel point le front dû à la plate-forme de glace d'une part, et la résolution de la bathymétrie d'autre part, avaient une influence sur les résultats de sortie. C'est pourquoi nous nous sommes attachés à ce que ces deux paramètres d'entrée soient les plus proches possible de la réalité lors des simulations.

3.1 Modification du trait de côte dans la zone d'étude

Dans un premier temps, nous nous sommes aperçus que le trait de côte utilisé lors des premières simulations était incorrect au niveau de l'Antarctique et plus particulièrement dans la région de l'Amery Shelf. Nous avons tout d'abord constaté que la ligne d'échouage ne rentrait pas assez dans les terres de l'Antarctique et diminuait ainsi la superficie de l'Amery Shelf, puis nous avons réalisé que trois îles situées sous la glace n'avaient pas été représentées sur l'ancien trait de côte. Ainsi nous avons modifié ce trait de côte à partir d'une image provenant de la *Mosaïque Radarsat* ([JEZEK and Team, 2002]) produite à la suite de l'*Antarctica Mapping Mission*.

Nous représentons dans les deux schémas ci-dessous la ligne d'échouage utilisée pour les premières simulations, ainsi que celle réalisée à partir d'une image satellite, qui est de ce fait plus réaliste.

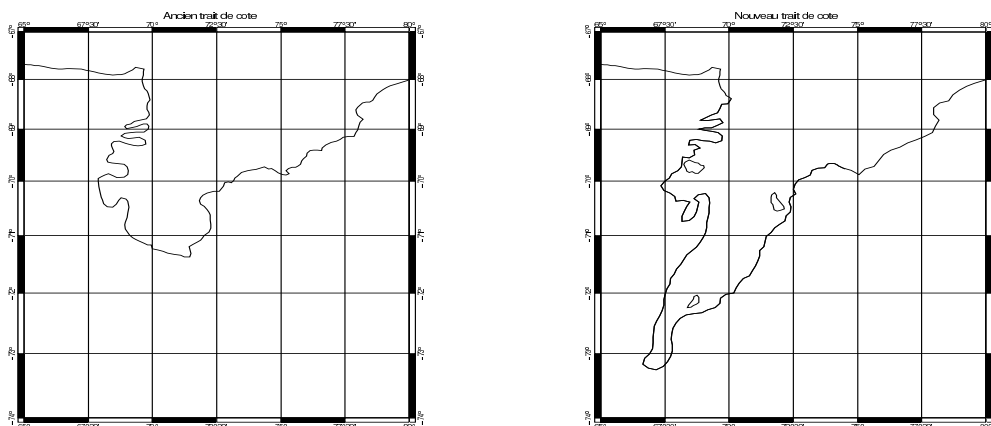


FIG. 3.1 – A gauche : ancien trait de côte (utilisé lors des premières simulations). A droite : nouveau trait de côte dessiné à partir d'une image satellite.

3.2 Modification de la bathymétrie

Après avoir redessiné le trait de côte dans la région de l'Amery shelf, nous nous sommes appuyés sur celui-ci pour créer une nouvelle bathymétrie.

3.2.1 Repérage de l'Amery Shelf

Dans notre cas nous souhaitons seulement modifier la bathymétrie au niveau de l'Amery Shelf, car mise à part cette région de l'Antarctique, la bathymétrie numérisée utilisée est correcte. Pour cela nous devons imposer des hauteurs de colonne d'eau positives jusqu'au nouveau trait de côte où elles seront alors nulles.

Par ailleurs, il faut signaler que nous ne modifions pas le fichier de bathymétrie à proprement parler, mais seulement la grille de bathymétrie interpolée sur les noeuds du maillage. Ainsi il nous faut repérer les numéros de noeuds correspondant à la région de l'Amery Shelf au sein du maillage dans sa totalité. Pour cela, nous avons défini un polygone englobant uniquement la zone à modifier, puis nous avons créé un algorithme qui permet de repérer les noeuds du maillage se tenant à l'intérieur de ce polygone.

La zone ainsi repérée au sein du maillage, nous pouvons maintenant générer une nouvelle bathymétrie interpolée sous la plate-forme de glace.

3.2.2 Génération de la bathymétrie

La bathymétrie *gridone* ayant donné de meilleurs résultats pour les premières simulations, c'est celle-ci que nous avons choisit de prendre en considération afin de modifier les hauteurs de colonne d'eau dans la région située sous la plate-forme de glace.

Le but de cette re-génération de la bathymétrie est d'obtenir des hauteurs de colonne d'eau positives dans la région de l'Amery Shelf, et ceci jusqu'à la nouvelle ligne de côte. Par ailleurs il faut que la fonction implémentée pour le calcul de ces hauteurs de colonne d'eau s'annule à la ligne d'échouage, et que la hauteur d'eau sous la glace flottante au niveau de la ligne de front soit 300 mètres inférieure à celle ne se trouvant pas sous la glace. La figure ci-dessous représente une coupe dans la région de l'Amery Shelf permettant de mieux comprendre le profil imposé à la fonction de bathymétrie.

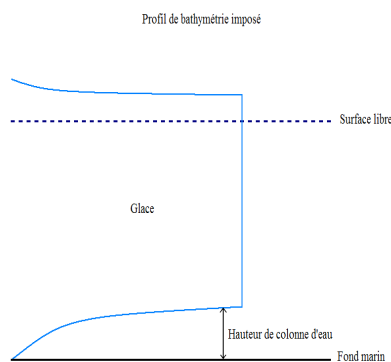


FIG. 3.2 – Profil de bathymétrie imposé.

Ainsi, comme les résultats sur les tests de sensibilité le préconisaient, nous avons imposé un front dans le fichier de bathymétrie permettant de représenter celui dû à la plate-forme de glace dans la réalité.

3.3 Analyse des résultats

3.3.1 Simulation sans ajout de la glace

Dans un premier temps nous avons réalisé une simulation qui ne prenait pas en considération la glace flottante située dans la région de l'Amery Shelf, cela afin de pouvoir comparer directement cette simulation avec celles précédemment effectuées.

Nous cherchons d'abord à examiner les effets dus à l'ajout d'un front dans la bathymétrie dans la région d'Amery. La figure suivante représente les courants moyens ($cm.s^{-1}$) dans cette région.

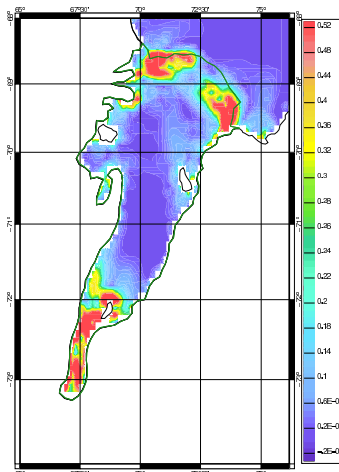


FIG. 3.3 – Courants moyens en $cm.s^{-1}$ au niveau de l'Amery Shelf

Au niveau du front imposé, nous remarquons un phénomène d'accélération du mouvement du fluide que nous n'avions pas dans les simulations précédentes sans front. En fait, le fluide est contraint de passer par un rétrécissement puisque la bathymétrie passe d'une profondeur d'environ 400 m à une profondeur d'une centaine de mètres, lorsqu'il s'engage dans ce passage plus étroit dû au front, sa vitesse augmente.

Afin de comparer les résultats de cette simulation à ceux obtenus précédemment, nous calculons la moyenne de la différence complexe pour chaque onde modélisée. Le tableau suivant présente ces résultats en cm .

Ondes de marée	Différences complexes		
	Iles Kerguelen	Antarctique	<i>Topex/Poséidon</i>
M2	1.8	1.3	2.4
S2	0.8	1.0	1.0
K2	0.3	0.3	0.9
N2	0.4	0.4	0.7
K1	0.8	2.1	1.8
O1	0.5	1.9	1.3
P1	0.2	0.6	0.6
Q1	0.1	1.1	0.9

TAB. 3.1 – Pour chacun des jeux de données : moyenne des différences complexes obtenues pour la bathymétrie GEBCO modifiée au niveau de l'Amery Shelf (résultats en cm).

En comparant ces différences avec celles obtenues pour la même bathymétrie (*gridone*) non modifiée dans la région d’Amery (cf : TAB. 2.7), nous remarquons qu’il y a une diminution de l’exactitude des résultats malgré l’utilisation d’un trait de côte et d’une bathymétrie beaucoup plus réalistes.

A ce stade de l’étude nous pouvons donc supposer que la physique implémentée dans le modèle n’est pas adaptée aux problèmes d’interactions entre la glace et l’océan. Pour vérifier cette hypothèse nous allons ajouter les effets dus à la glace et analyser les sorties obtenues pour constater s’il y a ou non une amélioration des résultats.

3.3.2 Simulation en tenant compte de la glace flottante

Cette simulation se différencie de la précédente par la prise en considération de la plate-forme de glace flottante au niveau de l’Amery Shelf.

Une modélisation exacte de la circulation océanique dans la cavité sous la glace nécessiterait de considérer la flexion de la plate-forme. Bien que ces effets ont une importance significative sur plusieurs kilomètres après la ligne de front ([MACAYEAL, 1984]), cette flexion a été négligée pour des raisons de simplification ; nous admettons donc que la plate-forme de glace répond de manière hydrostatique aux changements du niveau de l’océan. Ainsi pour modéliser la glace, nous nous sommes contentés d’ajouter les termes de frottement dus à la glace aux termes de frottement de fond. A l’issue de la simulation nous avons obtenus les erreurs représentées dans le tableau ci-dessous.

Ondes de marée	Différences complexes		
	Iles Kerguelen	Antarctique	<i>Topex/Poséidon</i>
M2	1.8	1.2	2.4
S2	0.8	0.7	1.0
K2	0.3	0.3	0.9
N2	0.4	0.4	0.7
K1	0.8	2.1	1.8
O1	0.5	1.9	1.3
P1	0.2	0.6	0.6
Q1	0.1	1.1	0.9

TAB. 3.2 – Moyenne des différences obtenues en tenant compte des frottements dus à la glace (cm).

En comparant ces résultats avec ceux de la simulation précédente (cf : TAB. 3.1), nous remarquons que seules les différences obtenues pour *M2* et *S2* dans la région de l’Antarctique sont améliorées, et ceci de manière assez peu significative. Cela est sûrement dû au fait que la modélisation de la glace n’est pas correcte d’un point de vue dynamique. En effet, dans la réalité il y a une plate-forme de glace qui crée un front de 300 m depuis la surface de l’océan et diminue de ce fait les hauteurs de colonne d’eau sous la glace, alors que dans la modélisation il y a un saut du fond marin pour représenter cette diminution de hauteur de colonne d’eau, et l’élévation de la surface libre est ainsi permise au niveau de l’Amery Shelf puisqu’elle n’est plus “bloquée” par la présence de la plate-forme.

A l’issue de cette étude nous pouvons donc affirmer que les effets de la plate-forme de glace d’Amery ne sont pas correctement modélisés. Certes les différences complexes obtenues en comparaisons avec les observations in-situ ne sont pas très élevées puisque la précision est inférieure à 2 cm. Mais lorsque nous imposons un front dans la bathymétrie pour représenter celui dû à la plate-forme de glace, et lorsque nous modélisons les effets de la présence de glace nous n’améliorons pas les résultats des simulations. La raison principale à ces pertes de précision étant due au fait que la glace n’est pas correctement modélisée d’un point de vue dynamique dans le code utilisé.

Conclusion

Le but de ce stage était de simuler les variations haute fréquence de la surface libre océanique dans les régions Australe et Antarctique afin d'obtenir des niveaux de précision centimétrique. Les principaux processus responsables de la variation haute fréquence de la surface libre sont la marée et le forçage atmosphérique. Nous nous sommes plus particulièrement attachés à la réponse de l'océan au forçage par la marée car elle représente 90 % des variations de l'élévation totale du niveau de l'océan.

Dans un premier temps nous avons expliqué la théorie du modèle hydrodynamique utilisé. Nous avons tout d'abord explicité les équations et les conditions aux limites utilisées, puis nous nous sommes attachés à présenter la discrétisation utilisée (différences finies en temps et éléments finis en espace) afin d'implémenter la physique dans ce modèle.

Nous avons alors validé le modèle hydrodynamique dans notre zone d'étude qui s'étendait depuis les Terres Australes et Antarctiques françaises jusqu'à la plate-forme de glace d'Amery en Antarctique. Pour cela nous avons comparé les sorties du modèle aux observations de la marée dont nous disposons : les données marégraphiques et les données issues du satellite *Topex/Poséidon*. Nous nous sommes aperçus que les solutions en réponse au forçage de la marée était d'une grande précision par rapport à ces mesures.

Nous avons alors effectué une étude de sensibilité sur différents paramètres d'entrée afin d'améliorer nos simulations. A l'issue de cette étude nous avons constaté l'importance qu'avaient ces deux paramètres sur les sorties obtenues.

Ainsi nous nous sommes attachés à rendre le trait de côte et la bathymétrie utilisés les plus réalistes possible. Pour cela nous avons tout d'abord modifié le trait de côte à partir d'une image satellite. Puis nous avons recréé une bathymétrie dans la région de l'Amery Shelf afin de représenter le front imposé par la plate-forme de glace d'une part, et de bien faire correspondre la ligne d'échouage avec le nouveau trait de côte d'autre part.

A l'issue de la simulation prenant en compte ces nouveaux paramètres et considérant les effets dus à la glace, les résultats obtenus se sont trouvés altérés par rapport à ceux des premières simulations. L'hypothèse retenue pour expliquer ces résultats a été de dire que la plate-forme de glace n'était pas correctement représentée dans le modèle car la résolution spatiale ne s'effectue que suivant deux dimensions (la latitude et la longitude). Ainsi la physique implémentée dans *MOG2D* ne modélise pas correctement les effets de l'interaction glace/océan.

Une perspective pour mieux comprendre les phénomènes agissant entre les plate-forme de glace dans l'Antarctique et l'océan serait d'utiliser un modèle de résolution à trois dimensions spatiales. A plus long terme cette étude pourra être établie à partir du modèle *MOG3D (Modèle aux Ondes de Gravité 3D)* récemment développé.

Bibliographie

- EPSHOM. *Mesures Marégraphiques Guide Technique*, version 2.0 edition, October 2002.
- M.G.G. FOREMAN and E.T. NEUFELD. Harmonic tidal analyses of long time series. *International Hydrographic Review*, LXVIII(1) :85–108, January 1991.
- A.E. GILL. Atmosphere-ocean dynamics. *International Geophysics series*, 30, 1982.
- G. GODIN. The analysis of tides. *University of Toronto Press*, 1972.
- K. JEZEK and RAMP Product Team. *RAMP AMM-1 SAR Image Mosaic of Antarctica*, fairbanks, ak : alaska sar facility, in association with the national snow and ice data center, boulder, co. digital media. edition, 2002.
- C. LE PROVOST and P. VINCENT. Some tests of precision for a finite element model of ocean tides. *Journal of Computational Physics*, 65 :273–291, 1986.
- D.R. LYNCH and W.G. GRAY. A wave equation model for finite element tidal computations. *Computers and fluids*, 7 :207–228, 1979.
- D.R. MACAYEAL. Numerical simulations of the ross sea tides. *Journal of Geophysical Research*, 89 : 607–615, 1984.
- F. LYARD M.L. GENCO and C. LE PROVOST. The oceanic tides in the south atlantic ocean. *Annales Geophysicae*, 12 :868–886, 1994.
- C. PERRUCHE. *Simulation de l'élévation du niveau de la mer dans la région des Kerguelen.*, legos edition, 2004.
- H.M. CEKIRGE R.W. LARDNER and N. GUNAY. Numerical solution of the two-dimensional tidal equations using the method of characteristics. *Computed Mathematics and Applications*, 10 :1065–1080, 1986.
- E. WERNER and D.R. LYNCH. Field verification of wave equation tidal dynamics in the english channel and southern north sea. *Advanced Water Resources*, 10 :115–130, 1987.

ANNEXES

Annexe A

Termes de dissipation d'énergie

A.1 Terme $\overrightarrow{F_{WD}}$

Ce terme joue un rôle important de "dissipateur d'énergie". D'un point de vue paramétrisation, le travail de cette force $\overrightarrow{F_{WD}}$ doit donc équilibrer la perte d'énergie ε de l'océan barotrope sous forme d'ondes de marées internes :

$$\varepsilon = \overrightarrow{F_{WD}} \cdot \overrightarrow{u}. \quad (\text{A.1})$$

Ces ondes internes sont régies par les équations d'un fluide continûment stratifié, incompressible, non-visqueux, en rotation ([GILL, 1982]). Pour de petites perturbations en pression p' et masse volumique ρ' par rapport à l'état de repos (statique) du fluide, on a :

$$\frac{\partial \rho'}{\partial t} = -w \frac{d\rho_0}{dz}, \quad (\text{A.2})$$

$$\rho_0 \frac{\partial^2 w}{\partial t \partial z} = \Delta_H^2 p', \quad (\text{A.3})$$

$$\frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + N^2 w = -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial^2 p'}{\partial t \partial z}, \quad (\text{A.4})$$

où N est la fréquence de Brunt-Väisälä, fréquence propre d'oscillation verticale d'une particule écartée de sa position d'équilibre sous l'effet de la gravité,

N est définie comme suit : $N^2(z) = -\frac{g}{\rho(z)} \frac{\partial \rho}{\partial z}$

ρ la densité, se décompose en $\rho = \rho_0 + \rho'$ avec ρ_0 la densité non perturbée, fonction de z , et ρ' représente les petites perturbations de densité.

Ces équations ont des solutions du type $w = w_0 \cos(\kappa x - \omega t)$ où w_0 est l'amplitude des fluctuations de vitesse verticale et ω la fréquence. La pression p' sur le fond ($z = 0$) s'exprime alors par :

$$p' = -\omega m \kappa^{-2} \rho_0 w_0 \cos(\kappa x - \omega t). \quad (\text{en } 2D) \quad (\text{A.5})$$

Par ailleurs dans notre cas la relation de dispersion s'écrit :

$$m^2 \omega^2 = \kappa^2 (N^2 - \omega^2), \quad (\text{A.6})$$

Le fluide considéré étant barotrope, l'énergie dissipée par celui-ci lors de la génération d'ondes internes est égal au flux d'énergie vertical $p'w$ ([GILL, 1982]). Ce flux vertical est approché par le flux

vertical moyenné sur la longueur d'onde; en utilisant la relation de dispersion et en supposant que $N \gg \omega$, nous obtenons :

$$\varepsilon = -\frac{1}{2}\rho_0\kappa^{-1}N(\vec{\nabla}H \cdot \vec{u}_0)^2.$$

En supposant que la force génératrice recherchée est parallèle aux gradients de topographie, on obtient finalement :

$$\vec{F} = -\frac{1}{2}\rho_0\kappa^{-1}N(\vec{\nabla}H \cdot \vec{u}_0)\vec{\nabla}H.$$

C'est cette formule qui est implémentée dans le modèle MOG2D, en lui joignant un paramètre de calage empirique C_{WD} :

$$\vec{F}_{WD} = \frac{C_{WD}}{\rho_0}\vec{F}. \quad (\text{A.7})$$

A.2 Terme \vec{T}_{SD}

Le terme \vec{T}_{SD} permet de traduire la dissipation d'énergie dans la couche de mélange. Ce terme est appliqué aux profondeurs inférieures à 1000m, et permet ainsi la dissipation en eau profonde. Pour cela, nous cherchons à obtenir une relation de type couche limite, et nous faisons l'hypothèse d'un écoulement bi-couche : sur la couche supérieure d'une profondeur h_m , la vitesse horizontale est u_1 , alors qu'au delà de cette profondeur elle vaut une valeur u_2 . Les deux vitesses horizontales u_1 et u_2 sont telles que :

$$u_2 = \alpha.u_1 \quad \text{où l'on suppose} \quad \alpha = O(10^{-1}).$$

Le transport sur la colonne d'eau s'exprime alors par :

$$Hu' = (H - h_m)u_2 + h_mu_1 \quad \text{où l'on suppose} \quad h_m = 200 \text{ m.}$$

Les deux vitesses u_1 et u_2 s'expriment alors comme fonctions de la vitesse barotrope u' , supposée connue, selon les égalités suivantes :

$$u_1 = c.u' \quad \text{avec} \quad c = \frac{1}{(1 - \varepsilon)\alpha + \varepsilon} \quad \text{et} \quad \varepsilon = \frac{h_m}{H}.$$

Ainsi, en prenant l'hypothèse de couche limite, les contraintes de cisaillement dues au vent s'expriment dans chaque couche en fonction de la vitesse de l'écoulement barotrope :

$$\begin{aligned} \vec{\tau}_1 &= C_m \|\vec{u}_1\| \vec{u}_1 = C_m c^2 \|\vec{u}'\| \vec{u}' \\ &\quad \text{où } C_m \text{ est le coefficient empirique de } \textit{cisaillement}, C_m = 10^{-3}, \\ \text{et } \vec{\tau}_2 &= C_d \|\vec{u}_2\| \vec{u}_2 = C_d \alpha^2 c^2 \|\vec{u}'\| \vec{u}' \\ &\quad \text{où } C_d \text{ est le coefficient classique de type } \textit{De Chézy}, C_d = 2.510^{-3}. \end{aligned}$$

La contrainte totale moyenne sur la colonne d'eau s'écrit donc :

$$\vec{T}_{SD} = \frac{1}{H} c^2 (C_m + \alpha^2 C_d) \|\vec{u}'\| \vec{u}'. \quad (\text{A.8})$$

C'est cette formulation de la contrainte de cisaillement de l'écoulement lié au cisaillement par le vent qui est implémentée dans le modèle MOG2D.

Annexe B

Méthode P1 non conforme

B.1 Définition de la méthode

Les méthodes des éléments finis non conformes sont des méthodes dans lesquelles les fonctions de bases ne sont pas calculées à partir des noeuds des triangles mais à partir des points situés au milieu des arrêtes de ces triangles. Le schéma suivant illustre un élément fini de type triangle *P1 non conforme*.

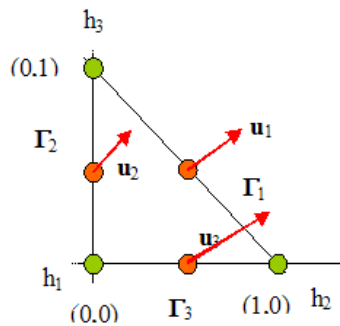


FIG. B.1 – *Élément fini P1 non conforme.*

Pour ce type de triangle, les fonctions de base γ s'écrivent donc :

$$\gamma_1 = 2x + 2y - 1, \quad \gamma_2 = 1 - 2x, \quad \gamma_3 = 1 - 2y.$$

Et chaque fonction u s'écrit sous la forme :

$$u(x, y) = \sum_{i=1}^n \gamma_i(x, y) u_i. \quad (\text{B.1})$$

B.2 Propriétés

L'avantage principal de cette méthode est que les fonctions de base sont orthogonales entre elles, ainsi l'intégration sur chaque élément K du domaine Ω ne fait pas intervenir les termes croisés. Nous obtenons donc la formule suivante :

$$\langle u, u \rangle = \int_{\Omega} u u ds = \frac{1}{6} u_1^2 + \frac{1}{6} u_2^2 + \frac{1}{6} u_3^2.$$

Annexe C

Repères géographiques

C.1 Zone d'étude

Lors de notre étude nous nous sommes placés dans la partie australe de l'océan Indien comprenant les Terres Australes et Antarctiques Françaises et la plate-forme de glace Amery en Antarctique. Les figures suivantes représentent la région étudiée, et l'Amery Shelf de manière plus précise.

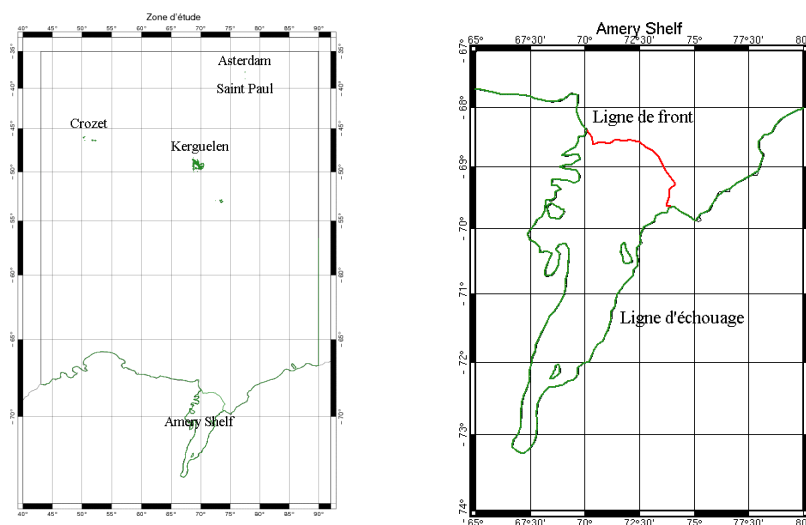


FIG. C.1 – A droite : Zone d'étude. A gauche : zoom sur l'Amery Shelf.

C.2 Vocabulaire

Ice-Shelf : plate-forme de glace flottante pouvant atteindre des superficies 500x500 km² et une épaisseur variant entre 1000 m et 250 m.

Front : pour un glacier, la partie la plus avancée.

Ligne d'échouage : ligne de séparation entre glace posée et glace flottante.

Annexe D

Données de références

D.1 Mesures marégraphiques

D.1.1 Rappel : la théorie du baromètre inverse

Dans la théorie statique : une haute pression exercée sur la surface de l'océan (anticyclone) creuse cette surface, tandis qu'une basse pression induit un bombement de celle-ci. Cela engendre une variation α_{BI} du niveau de la mer directement liée aux variations de la pression atmosphérique. Cette variation s'écrit de la manière suivante :

$$\alpha_{BI} = -\frac{P_a - \overline{P_a}}{\rho g} \quad (\text{D.1})$$

avec : $\overline{P_a}$ la moyenne de la pression atmosphérique P_a sur l'océan global (*Bar*),
 ρ la densité moyenne de l'océan ($kg.m^{-3}$).

L'échelle temporelle de ce phénomène est de l'ordre de quelques jours, ce qui correspond aux passages successifs de dépressions et d'anticyclones au-dessus d'un lieu donnée.

D.1.2 Les différents types de marégraphe

Lors de notre étude nous avons utilisé les mesures provenant de deux types de marégraphe : les marégraphes côtiers et les marégraphes de plateau (ou mouillages marégraphiques).

Les marégraphes côtiers, placés à la côte, mesurent la pression de fond P_b (pour *bottom pressure*) et la pression atmosphérique.

Nous pouvons faire l'hypothèse d'un ρ constant sur toute la colonne d'eau puisque la hauteur de celle-ci n'est que de quelques mètres. Ainsi après intégration de l'équation de l'hydrostatique nous obtenons la formule suivante :

$$P_b = \rho g H + P_a \quad H \text{ étant la hauteur de colonne d'eau (m)}. \quad (\text{D.2})$$

Ces marégraphes disposent également d'un capteur de température et d'un conductimètre qui permet de mesurer la salinité. Ainsi ρ , qui est fonction de ces deux paramètres, peut être calculé, et nous pouvons en déduire la hauteur H .

Les marégraphes de plateau, quant à eux, sont placés sur le fond des océans, ils mesurent uniquement la pression environnante. Cette pression est caractéristique de la hauteur de la colonne d'eau et de la pression atmosphérique en surface. La variation α_{total} du niveau de l'eau à la surface s'écrit :

$$\alpha_{total} = H - \overline{H} = \frac{P_b - P_a}{\rho g} - \frac{\overline{P_b} - \overline{P_a}}{\rho g} \quad \text{soit} \quad \alpha_{total} - \alpha_{BI} = \frac{P_b - \overline{P_b}}{\rho g}. \quad (\text{D.3})$$

De la mesure de la pression de fond, nous déduisons l'élévation de la surface libre sans les effets du baromètre inverse.

Le marégraphe de pression de fond possède une précision de mesure autour de 2 à 3 cm [EPSHOM [2002]]. Très autonomes, ces appareils fournissent des données dans des régions situées au large des côtes, ils présentent donc un très grand intérêt.

D.1.3 Données marégraphiques utilisées

Les périodes d'acquisition de données varient d'un marégraphe à l'autre. Nous présentons ci-dessous le chronogramme des données marégraphiques que nous utilisons. Cela permet de visualiser la période sur laquelle les analyses harmoniques ont été effectuées.

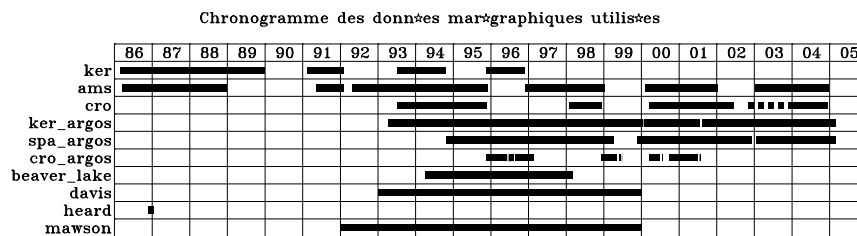


FIG. D.1 – Périodes d'acquisition des données pour les marégraphes.

Nous présentons dans la figure ci-dessous la répartition des deux jeux de données de bases marégraphiques : le premier autour des îles Kerguelen, Crozet, Amsterdam et Saint-Paul, et le second près de l'Antarctique, regroupant les marégraphes australiens de Beaver Lake, Davis, Heard et Mawson.

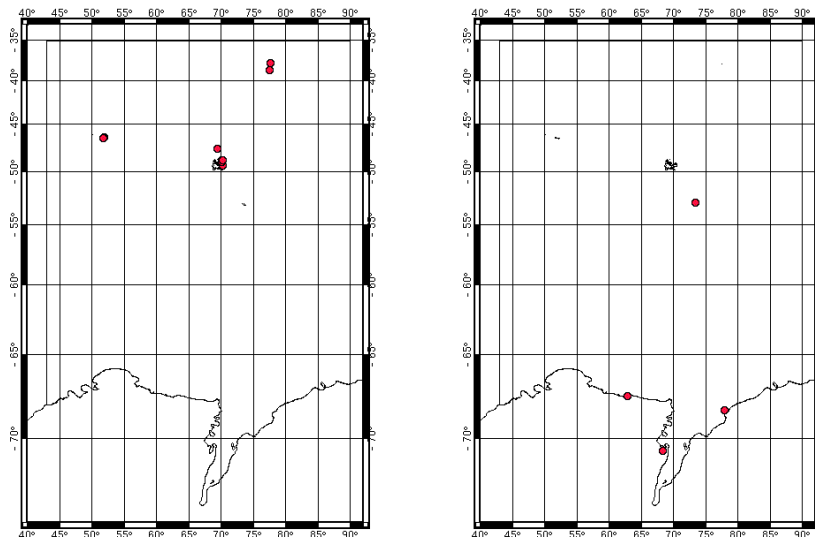


FIG. D.2 – A gauche : marégraphes autour des îles Kerguelen, Crozet, Amsterdam et Saint-Paul. A droite : marégraphes près de l'Antarctique.

D.2 L'altimétrie

La mesure altimétrique par satellite donne les variations absolues du niveau de la mer avec une grande et homogène couverture spatio-temporelle. Pour cela les satellites altimétriques utilisent deux techniques fondamentales d'observation du niveau de la mer. Un radar altimétrique mesure la hauteur instantanée du satellite au-dessus de la surface de l'océan et la détermination d'orbite fournit la distance du satellite par rapport au centre de la Terre. La différence entre ces deux mesures est le niveau de la mer par rapport à l'ellipsoïde de référence. Le schéma suivant illustre ce principe.

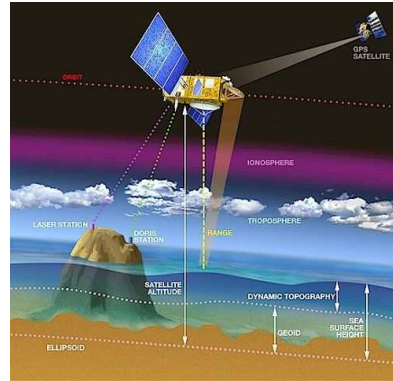


FIG. D.3 – Principe de la mesure altimétrique par satellite.

Dans notre étude nous avons utilisé les données de niveau de l'océan fournies par le satellite *Topex/Poseidon*. Nous n'avons pris en considération que les points de croisement entre les différentes traces du satellite. Ceux-ci sont représentés sur la figure ci-dessous.

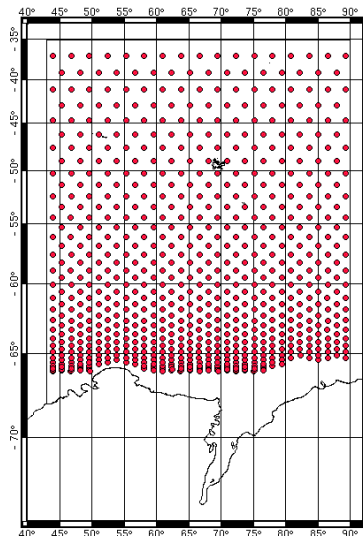


FIG. D.4 – Données altimétriques utilisées.

Par ailleurs nous n'avons pas utilisé les points de mesures dont la latitude était supérieure à 60° car les données étaient altérées par la présence de banquise dans ces régions.