

Modelling non-cohesive suspended sediment transport in 2D vertical free surface flows

Modélisation du transport de matières en suspension non-cohésives dans les écoulements 2D verticaux à surface libre



SYLVAIN OUILLON

*Inst. Mécanique des fluides,
2 av. Prof. Soula, 31400 Toulouse, France*

Present address:

*Labo. Sondages Electr. Env. Terrestre
Université de Toulon et du Var
BP 132, 83957 La Garde cedex, France*



BENOIT LE GUENNEC

*Inst. Mécanique des Fluides,
2 av. Prof. Soula,
31400 Toulouse, France*

ABSTRACT

The mathematical model for simulating suspended sediment transport under equilibrium and non-equilibrium situations is described. Using the hydrodynamic variable field obtained from a refined turbulent free surface flow model, the suspension transport model involves bed boundary conditions for either the sediment flux to or from the bed, or an estimated concentration level, which are tested. The Schmidt number variability is also studied for several particle types. Some 2D vertical test cases for equilibrium situations or non-equilibrium situations with net erosion or net deposition flux to the bed are presented, and the predicted development of the concentration profiles is compared with measurements.

RÉSUMÉ

Une équation de transport de matières en suspension a été introduite à l'aval d'un code hydrodynamique modélisant les écoulements turbulents à surface libre. Diverses formulations des conditions limites au fond sont testées, à partir de l'estimation des échanges à l'interface entre l'écoulement et le fond érodable, ou à partir d'une concentration déterminée à un niveau de référence. Des tests sur l'ajustement du nombre de Schmidt turbulent en fonction des particules considérées sont également effectués. Le modèle est appliqué à des cas tests 2D verticaux de transport à l'équilibre ou hors équilibre, en situation d'érosion ou de dépôt nets, et les profils de concentrations obtenus sont analysés en regard des résultats expérimentaux.

1 Introduction

Nous présentons ici un modèle permettant de simuler le transfert d'une classe de Matières En Suspension (MES) non cohésives, homogènes et ne subissant pas d'altération physico-chimique en cours de trajet. L'emploi d'une seule équation de transport limite l'application du modèle aux cas pour lesquels les caractéristiques des particules transportées et déposées varient peu autour de valeurs moyennes. Le modèle de transport utilise les résultats découplés d'un modèle hydrodynamique fournissant les champs de variables moyennes (\bar{U}_{Lz} , h) et d'un paramètre turbulent (v_t) de l'écoulement.

Revision received February 5, 1996. Open for discussion till October 31, 1996.

2 Equation de transport de Matières En Suspension

2.1 Equation générale

L'équation de transport de la concentration volumique de MES dans un écoulement fluide peut s'écrire de façon générale sous la forme suivante:

$$\frac{\partial \bar{C}}{\partial t} + \frac{\partial \overline{U_{L_i} C}}{\partial x_i} + \frac{\partial \overline{U_{G_i} C}}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_i} (-\overline{u'_{L_i} c'}) \quad i = x, y, z \quad (1)$$

où C est la concentration de MES, x et z décrivent le plan horizontal, y la verticale (axe dirigé vers le haut), U_{L_i} est la vitesse du fluide et U_{G_i} la vitesse de glissement, vitesse relative des particules dans l'eau. Cette équation est obtenue en faisant la décomposition classique $U_i = \bar{U}_i + u'_i$, $C = \bar{C} + c'$, puis en moyennant l'équation locale instantanée. Nous admettons de plus l'hypothèse simplificatrice: $\overline{U_{G_x}} = \overline{U_{G_z}} = 0$ et $\overline{U_{G_y}} = -V_c$, où $V_c (>0)$ est la vitesse de chute, supposée non fluctuante. Les composantes de la vitesse sont fournies par la résolution numérique du modèle hydrodynamique. Afin de fermer le système, il est nécessaire d'explicitier la modélisation des flux turbulents $\overline{u'_{L_i} c'}$ ainsi que les conditions aux limites associées.

2.2 Flux turbulents

La fermeture la plus souvent employée pour exprimer les flux turbulents de concentration est une loi de type "gradient", par analogie aux phénomènes diffusifs:

$$\overline{u'_{L_i} c'} = -\Gamma_{C_i} \frac{\partial \bar{C}}{\partial x_i} \quad (2)$$

La détermination des termes de flux diffusif est alors ramenée à celle de l'expression de Γ_{C_i} . *Par la suite, pour alléger l'écriture, nous omettrons les "barres" sur les variables moyennées.*

L'expression retenue pour le coefficient de diffusion, supposé isotrope, admet qu'il est proportionnel à la viscosité turbulente suivant:

$$\Gamma_C = \nu_t / \sigma_C \quad (3)$$

où σ_C est le nombre de Schmidt turbulent associé aux particules transportées. L'usage d'un nombre de Schmidt turbulent constant est bâti sur l'idée que les processus de transferts de masse et de quantité de mouvement sont similaires, à un facteur d'échelle près. Des valeurs de σ_C comprises entre 0.5 et 1.0 ont permis d'obtenir, suivant les cas traités, les meilleures corrélations entre mesures et expérimentations numériques:

- Launder (1978) préconise pour le traitement de tout écoulement turbulent libre $\sigma_C = 0.7$,
- Van Rijn (1984), sur un ensemble de cas tests, a obtenu les meilleurs résultats en utilisant des valeurs pour σ_C valant en moyenne 0.6,
- Celik et Rodi (1988) ont obtenu de bonnes corrélations avec $\sigma_C = 0.5$.

2.3 Conditions aux limites

L'équation (1) est complétée de conditions initiales, et des conditions aux limites suivantes.

A la surface, en $y = y_s$, on impose qu'il n'y a pas d'échange de masse, à savoir:

$$\Gamma_c \frac{\partial C}{\partial y} + V_c C = 0 \quad (4)$$

La "capacité de transport" est la charge maximum que l'écoulement peut supporter en condition d'équilibre. On dit d'un transfert de suspension qu'il est à l'équilibre lorsque la charge totale en suspension dans toute section droite de l'écoulement est constante. Hors de la situation d'équilibre, cette charge varie spatialement en x , direction privilégiée de l'écoulement. Lorsque, dans un tube de courant, la charge injectée est supérieure à la capacité de transport, il se produit un dépôt net des matériaux jusqu'à ce que la charge atteigne la capacité de transport (Ashida et Okabe, 1982). Lorsqu' *a contrario* la charge injectée est plus faible que la capacité de transport, sur un lit érodable, un flux net de particules érodées comble le déficit jusqu'à égalité des charges (Jobson et Sayre, 1970). Aux charges à l'équilibre correspondent des concentrations à l'équilibre près du fond $C_{a,e}$. La condition limite au fond s'écrit:

$$-\Gamma_c \frac{\partial C}{\partial y} - V_c C = N \quad (5)$$

où N est le flux net de MES ($N > 0$ quand érosion nette). La méthode retenue pour modéliser N a été proposée par Celik et Rodi (1988). Elle consiste à distinguer dans N le flux de dépôt gravitaire ($D = V_c C$) et le flux d'érosion (E) supposé égal à celui qu'il y a en régime à l'équilibre, suivant:

$$N = E - D = V_c (C_a - C) \quad (6)$$

avec $C_a = C_{a,e}$ sur un lit érodable et $C_a = \min(C_{a,e}, C)$ sur un lit fixe. $C_{a,e}$, concentration de fond à une hauteur de référence y_a , est calculée dans notre modèle à partir de l'expression proposée par Van Rijn (1986):

$$C_{a,e} = 0.015 \frac{D_{50} T^{1.5}}{(y_a - y_f) D_*^{0.3}} \quad (7)$$

où

$$D_* = D_{50} \left[\frac{(\rho_s / \rho - 1) g}{v^2} \right]^{1/3} \quad : \text{diamètre sédimentologique}$$

$$T = \frac{\tau' - \tau_{cr}}{\tau_{cr}} \quad : \text{paramètre relatif au cisaillement pariétal}$$

avec D_{50} , diamètre médian des particules du lit, τ' , contrainte de cisaillement effective sur les particules, et τ_{crs} contrainte de cisaillement critique suivant le critère de Shields.

Le domaine de validité de cette formulation, précisé par Van Rijn, concerne une hauteur de référence y_a vérifiant:

$$y_a - y_f = 0.5\Delta \quad \text{ou} \quad y_a - y_f = k_s \quad [\text{pour } (y_a - y_f)_{min} = 0.01(y_s - y_f)] \quad (8)$$

avec Δ , hauteur des formes de fond, y_f , cote du fond, y_s , cote de la surface libre, et k_s , hauteur de rugosité équivalente.

La détermination d'une contrainte de cisaillement effective sur les particules, τ' , est délicate. Celik et Rodi (1991) développent plusieurs arguments, que nous ne rappellerons pas tous ici. La production d'énergie turbulente, à partir de laquelle est estimée l'énergie employée pour maintenir les particules en suspension, est égale au travail total appliqué et est donc reliée au cisaillement pariétal total. Or, lorsque le lit d'un canal est constitué d'éléments très rugueux derrière lesquels l'écoulement connaît des (petites) recirculations, seule une part de cette énergie disponible est consacrée au maintien des particules en suspension. Celik et Rodi proposent d'exprimer la contrainte de cisaillement dite "effective", correspondant à la part d'énergie disponible pour les particules, à partir de la loi empirique:

$$\tau' = \left[1 - \left(\frac{k_s}{h} \right)^n \right] \tau \quad (9)$$

où n est une constante empirique et τ la contrainte de cisaillement à la paroi. Après avoir inclus cette expression dans une formule générale donnant la capacité de transport d'un écoulement, Celik et Rodi ont appliqué cette formule générale à de nombreux cas tests d'écoulements à l'équilibre et en ont déduit, par comparaison des résultats expérimentaux aux simulations numériques, $n = 0.06$. Dans la formulation originale de $C_{a,e}$, Van Rijn (1986) emploie l'expression suivante:

$$\tau' = \mu \tau \quad (10)$$

avec

$$\mu = \left(\frac{Ch}{Ch'} \right)^2 \quad : \text{facteur de forme de fond ou d'efficacité}$$

$$Ch' = 18 \log(12h/3D_{90}) \quad : \text{coefficient de Chézy relatif aux particules}$$

$$Ch = 18 \log(12h/k_s) \quad : \text{coefficient de Chézy relatif à la paroi}$$

Lorsque l'équilibre local est atteint, une autre alternative consiste à imposer la concentration au premier point au-dessus du lit, soit directement si elle est connue, soit à partir de la formulation (7).

3 Transferts de MES : cas-tests

La formulation précédente a été testée sur différents cas-tests 2D verticaux correspondant à des transferts à l'équilibre ou hors équilibre. Les simulations ont été conduites à l'aide d'un module de transport de MES introduit par les auteurs dans le code PHOENICS (Patankar et Spalding, 1972). Les calculs hydrodynamiques ont été effectués à l'aide du modèle de turbulence $k - \epsilon$, complété de l'expression proposée par Celik et Rodi (1988) pour les conditions aux limites de surface. Les variables stockées ont ensuite été employées pour le calcul découplé du transfert de MES. Pour chaque cas test, la discrétisation spatiale retenue a résulté d'une étude de sensibilité au nombre de mailles. Le premier point de calcul au-dessus du fond est placé à une distance du lit permettant d'appliquer les conditions aux limites de fond, dans le cadre du domaine de validité proposé par Van Rijn. *Pour des raisons de comparaison avec les résultats expérimentaux, les concentrations sont par la suite soit des concentrations volumiques exprimées en particules par milliers (ppm), soit des concentrations non adimensionnelles, en grammes par litre, ou, ce qui est équivalent, en kilogrammes par mètre cube.*

3.1 Transfert à l'équilibre

De nombreuses expériences concernant le transport de sable en canal ont été effectuées à l'Institut de Mécanique des Fluides de Toulouse par Milisic (1976). Elles ont été conduites dans un canal de longueur 13 m et de largeur 0.25 m. Le sable utilisé admettait une distribution granulométrique que nous rappelons en figure 1, ses caractéristiques étant : $D_{50} = 0.13$ mm, $D_{70} = 0.16$ mm, $V_c(D_{70}) = 1.2$ cm/s. Nous avons simulé le transport de sable dans ce canal, en régime permanent, sur deux cas présentant des conditions hydrauliques identiques, se distinguant par le débit solide moyen transporté. Pour chacun des cas, trois simulations ont été effectuées, dans un premier temps, avec $\sigma_c = 0.5$, $\sigma_c = 0.7$ et $\sigma_c = 1.0$. Les profils de concentration obtenus au centre du canal sont présentés et comparés aux profils expérimentaux en figures 2 et 3.

Les profils obtenus présentent une allure générale satisfaisante en regard des résultats expérimentaux. Pour les deux cas traités, les caractères dominants qui ressortent des simulations sont identiques:

- Les profils obtenus avec $\sigma_c = 1.0$ présentent une sous-estimation relative des concentrations de surface se situant entre 50% près de l'interface et 0% à $y = 0.2h$, y étant ici la cote par rapport au fond. Le mélange turbulent est nettement sous-estimé pour $y < 0.2h$, ce qui conduit à des concentrations de fond trop élevées d'un facteur 2.
- L'emploi d'un nombre de Schmidt égal à 0.5 conduit à doubler la diffusivité turbulente, et donc à augmenter le mélange par rapport au cas précédent. Les gradient verticaux de concentration sont en effet moins élevés qu'avec $\sigma_c = 1.0$. Les profils obtenus sont en bonne concordance avec les points expérimentaux en fond de canal (sous-estimation inférieure à 18% pour $y < 0.2h$), mais, la concentration moyenne sur la verticale étant imposée, les concentrations de surface sont surestimées jusque dans un facteur 2.
- L'emploi d'un nombre de Schmidt de 0.7 permet d'obtenir une corrélation nettement meilleure entre simulation et mesure. L'écart entre concentrations calculées et mesurées est inférieur à 15% sur l'ensemble de la colonne d'eau. Rappelons que σ_c est la valeur recommandée par Launder (1978) pour les écoulements turbulents libres.

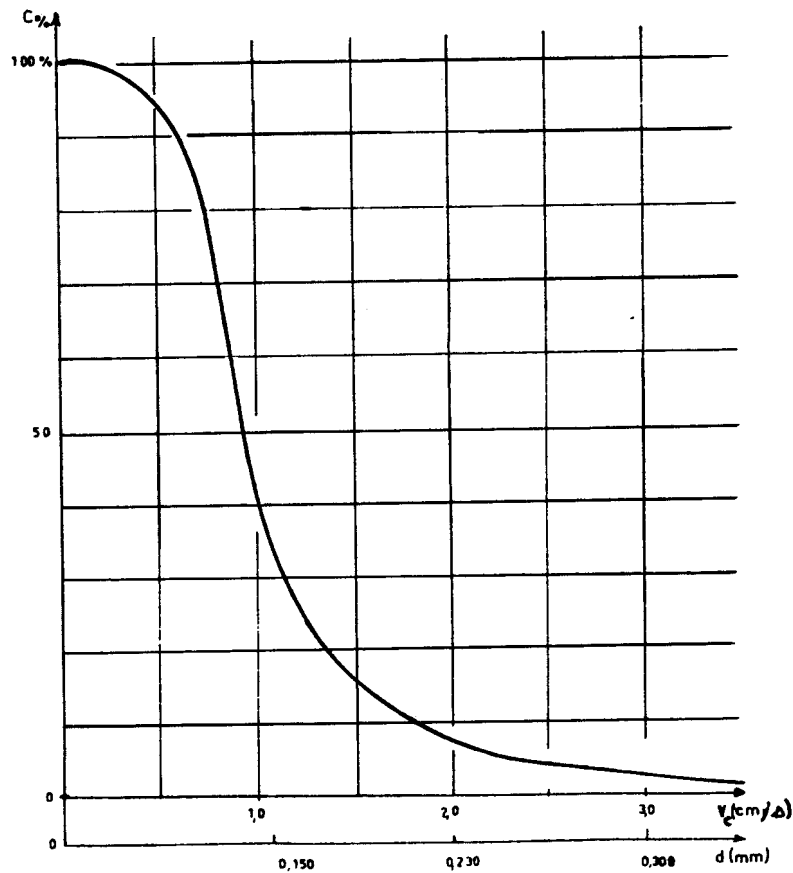


Fig. 1. Courbe granulométrique du sable employé (Milisic, 1976).

Zhou et McCorquodale (1992), dans une étude consacrée au transfert de sable en décanteur, ont proposé de distinguer deux zones dans l'écoulement, sur lesquelles ils imposent deux valeurs distinctes à σ_c : $\sigma_c = 0.5$ pour $y \leq 0.2h$, et $\sigma_c = 1.0$ pour $y > 0.2h$. Une telle répartition devrait permettre, *a priori*, de corriger les erreurs observées sur les simulations pour lesquelles on a imposé soit $\sigma_c = 1.0$, soit $\sigma_c = 0.5$. L'objet de cette proposition est d'augmenter la turbulence dans la zone de fond, afin de diminuer les (trop) forts gradients verticaux obtenus lorsque l'on impose $\sigma_c = 1.0$ sur l'ensemble du domaine, et de limiter le mélange turbulent en surface par rapport au cas où σ_c est uniformément égal à 0.5, pour y retrouver des concentrations moins fortes. Nous avons testé cette proposition pour chacun des cas déjà présentés. Les résultats (figures 4 et 5) reportent les profils obtenus par cette méthode, les profils obtenus avec $\sigma_c = 0.7$ et les points de mesure expérimentaux.

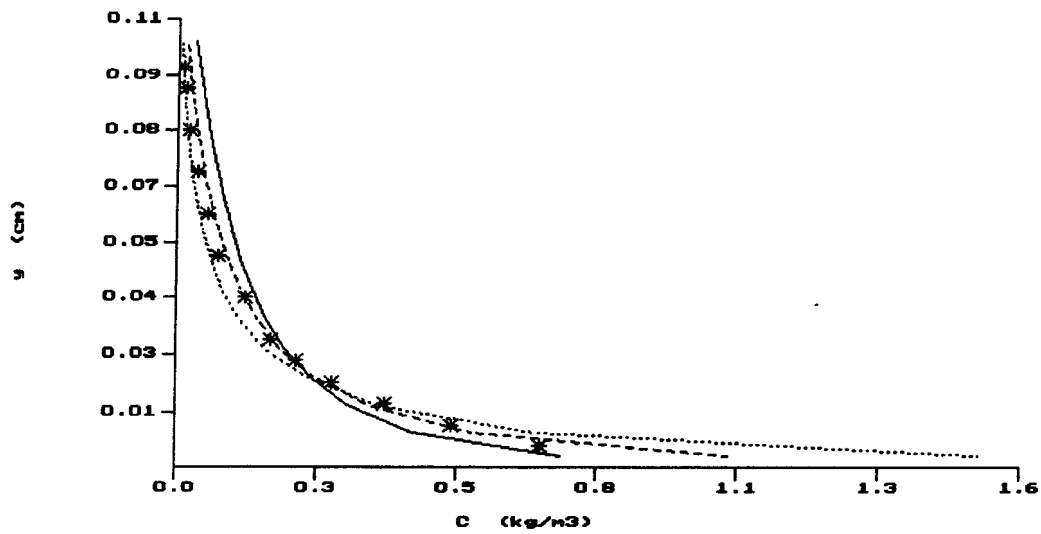


Fig. 2. Profils de concentration de sable en canal à fond plat.
 $\langle U \rangle = 0.549 \text{ m/s}$, $\langle C \rangle = 0.153 \text{ kg/m}^3$, $V_c = 0.012 \text{ m/s}$
 — simulation numérique avec $\sigma_c = 0.5$
 - - - simulation numérique avec $\sigma_c = 0.7$
 simulation numérique avec $\sigma_c = 1.0$
 * résultats expérimentaux (Milisic, 1976)

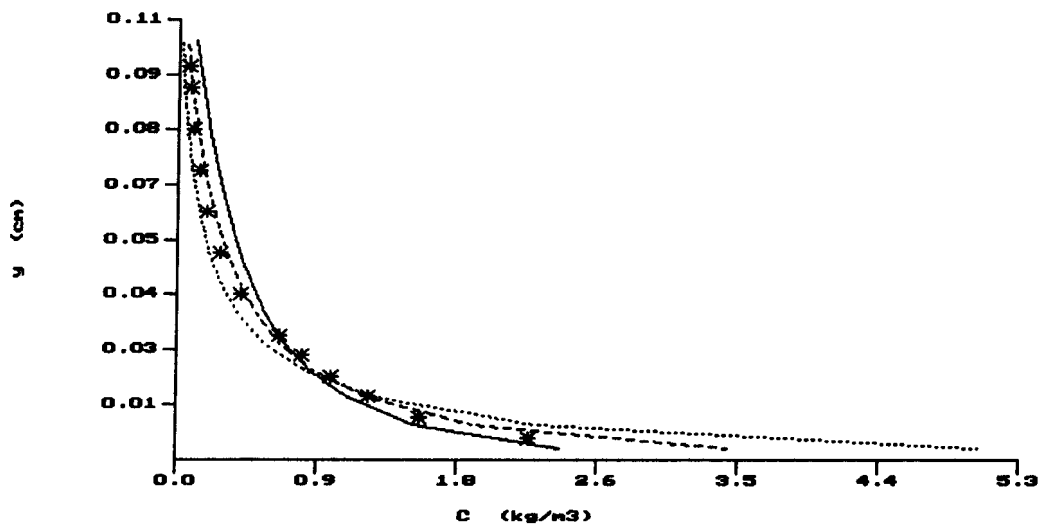


Fig. 3. Profils de concentration de sable en canal à fond plat.
 $\langle U \rangle = 0.549 \text{ m/s}$, $\langle C \rangle = 0.497 \text{ kg/m}^3$, $V_c = 0.012 \text{ m/s}$
 — simulation numérique avec $\sigma_c = 0.5$
 - - - simulation numérique avec $\sigma_c = 0.7$
 simulation numérique avec $\sigma_c = 1.0$
 * résultats expérimentaux (Milisic, 1976)

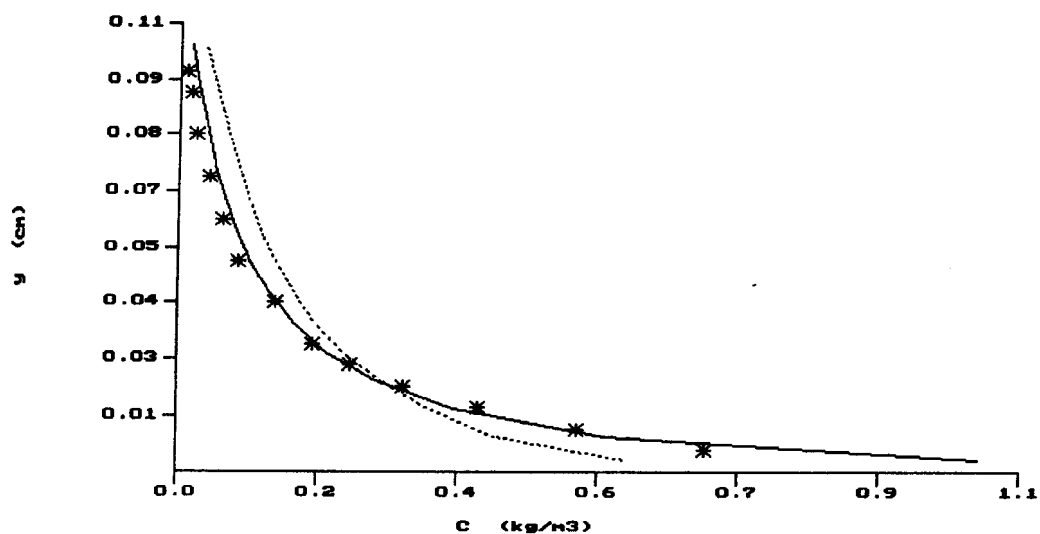


Fig. 4. Profils de concentration de sable en canal à fond plat.
 $\langle U \rangle = 0.549$ m/s, $\langle C \rangle = 0.153$ kg/m³, $V_c = 0.012$ m/s
 — simulation numérique avec $\sigma_c = 0.7$
 simulation numérique avec $\sigma_c = 0.5$ en fond de canal et $\sigma_c = 1.0$ en surface
 * résultats expérimentaux (Milisic, 1976)

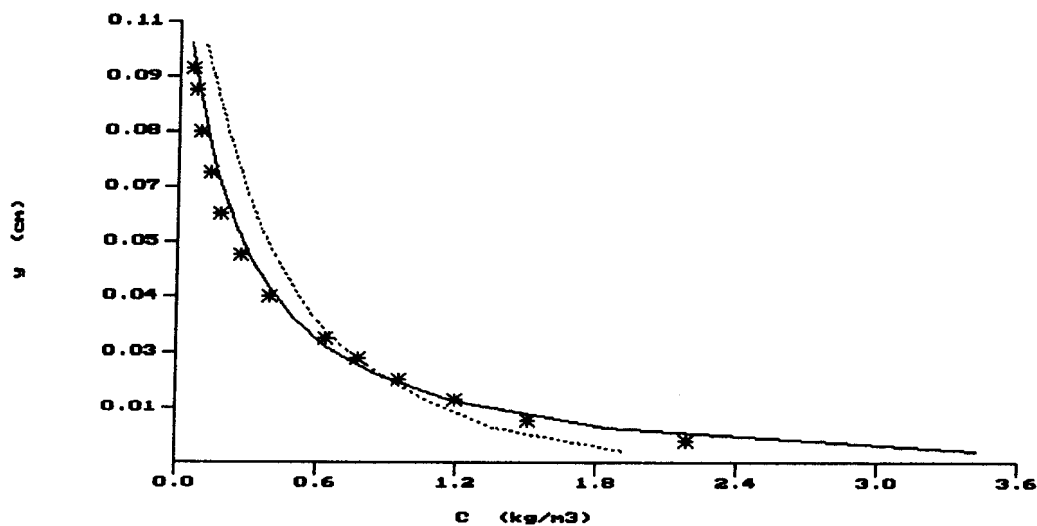


Fig. 5. Profils de concentration de sable en canal à fond plat.
 $\langle U \rangle = 0.549$ m/s, $\langle C \rangle = 0.497$ kg/m³, $V_c = 0.012$ m/s
 — simulation numérique avec $\sigma_c = 0.7$
 simulation numérique avec $\sigma_c = 0.5$ en fond de canal et $\sigma_c = 1.0$ en surface
 * résultats expérimentaux (Milisic, 1976)

Les résultats obtenus à l'aide de cette formulation vont à l'encontre des raisonnements que nous pouvions tenir a priori, dans le cas des transferts à l'équilibre présentés. Les profils obtenus additionnent plutôt les défaillances relevées sur les profils obtenus avec $\sigma_c = 1.0$ ou $\sigma_c = 0.5$ uniforme que leurs avantages. On peut penser que le choix $\sigma_c = 0.5$ conduit à une estimation trop importante du mélange turbulent en fond de canal, où se situe l'essentiel du transport, ce qui provoque une large sous-estimation des concentrations de surface dans notre cas, la concentration moyenne étant imposée. L'allure générale du profil sur la demi-hauteur de surface est relativement correcte, notamment en figure 4, mais les valeurs sont trop élevées. La méthode de Zhou et McCorquodale, proposée pour les décanteurs, donne certainement de meilleurs résultats en bien d'autres cas, notamment en situation de transfert hors équilibre.

3.2 Transfert hors équilibre avec érosion nette

3.2.1 Dispositif expérimental

Le cas présenté correspond à l'étude de l'ajustement des profils de concentrations dans un écoulement permanent, uniforme, sur lit affouillable, avec une concentration nulle de MES en entrée (représentation schématisée en figure 6). Les données expérimentales correspondantes ont été acquises dans un canal ($L = 30$ m, $l = 0.5$ m, $H = 0.7$ m) du Laboratoire d'Hydraulique de Delft et présentées par Van Rijn(1986). Le cas traité correspond à un tirant d'eau de 0.25m et à une vitesse moyenne de 0.67 m/s. Le lit est constitué de sable dont les caractéristiques sont: $D_{50} = 0.230$ mm, $D_{90} = 0.320$ mm. Des prélèvements d'échantillons ont indiqué que les particules en suspension admettent un diamètre représentatif de 0.200 mm et une vitesse de chute de 0.022 m/s (température de l'eau:9°C). Les collectes d'échantillons ont été effectuées simultanément sur 5 profils, en 4 points pour chaque profil (respectivement situés à 1.5 cm, 2.5 cm, 5.0 cm et 10.0 cm du fond), sur une courte durée pour que la profondeur de l'affouillement présent sur le lit, juste en aval du fond fixe, soit aussi réduite que possible lors de la mesure. Les points de mesures sont reportés en figure 7.

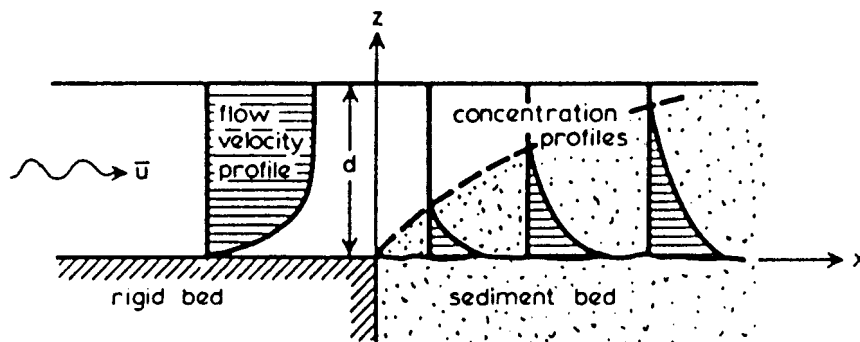


Fig. 6. Configuration d'écoulement avec érosion sur lit affouillable, sans charge initiale en suspension (Van Rijn, 1986).

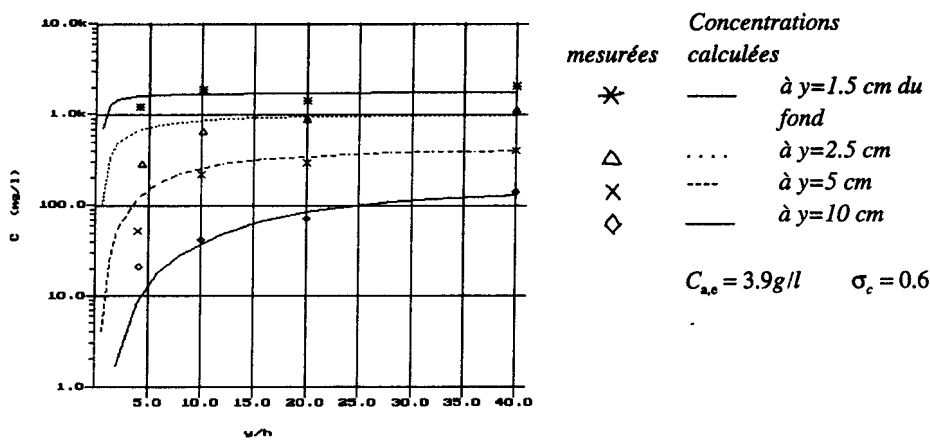


Fig. 7. Concentrations mesurées et calculées en écoulement uniforme sur fond affouillable.
 $\langle U \rangle = 0.67 \text{ m/s}$, $h = 0.25 \text{ m}$, $D_{50} = 0.23 \text{ mm}$

3.2.2 Présentation des simulations

Un maillage prenant en compte la succession d'un lit fixe et d'un lit affouillable a été considéré. Suivant les indications de Van Rijn (1986), la transition dans la rugosité de paroi entre le lit fixe et les formes de fond apparaissant sur le lit affouillable a été prise en compte, en imposant une hauteur de rugosité $k_s = 0.0005 \text{ m}$ sur le lit fixe puis $k_s = 0.01 \text{ m}$ en aval (la hauteur des formes de fond étant de l'ordre de 0.015 m). Le maillage admet un pas d'espace longitudinal de 0.2 m , et la verticale est décomposée en 29 mailles. Le point de calcul le plus proche du fond est situé à une distance du lit de 0.005 m permettant d'imposer les conditions aux limites de Van Rijn.

Pour exprimer la condition à la limite au fond, nous avons supposé qu'au point situé à 0.005 m au-dessus du lit affouillable, il y avait un ajustement local immédiat de la concentration à sa valeur à l'équilibre, que nous pouvons estimer sur la base de considérations énergétiques. Nous avons donc imposé cette valeur au premier point de calcul sur toute verticale au-dessus du lit affouillable. L'expression (7) proposée par Van Rijn pour calculer la concentration de fond à l'équilibre, appliquée au cas présent, devient:

$$C_{a,e} = 1.136 T^{1.5} \quad (11)$$

Seul le terme T fait intervenir les caractéristiques hydrodynamiques dans l'expression de $C_{a,e}$. Plusieurs possibilités sont envisageables pour le calcul de T , suivant que l'on utilise, d'une part la contrainte de cisaillement pariétal estimée d'après les mesures expérimentales ($\tau_{\text{expérimental}} = 2.3 \text{ Pa}$) ou calculée ($\tau_{\text{calculé}} = 3.1 \text{ Pa}$), et d'autre part, la formulation (9) de Celik et Rodi ou l'expression (10) de Van Rijn, pour déterminer τ' à partir de τ . Les combinaisons offertes par ces choix conduisent à 4 valeurs de $C_{a,e}$ consignées dans le tableau 1.

Tableau 1. Estimations de $C_{a,e}$.

		Emploi de $\tau = \tau_{\text{expérimental}} = 2.3Pa$	Emploi de $\tau = \tau_{\text{calculé}} = 3.1Pa$
τ_{cr} (Pa) estimé sur l'abaque de Shields		0.123	0.123
Application de la formule (9) de Celik et Rodi	τ' (Pa)	0.404	0.544
	$C_{a,e}$ (g/l)	3.9	7.2
Application de la formule (10) de Van Rijn	τ' (Pa)	1.15	1.55
	$C_{a,e}$ (g/l)	27.4	44.9

Il en ressort deux points importants:

1. pour une formulation donnée de τ' à partir de τ , les utilisations de $\tau_{\text{expérimental}}$ et $\tau_{\text{calculé}}$ conduisent à des écarts relatifs de l'ordre de 75% sur la valeur de $C_{a,e}$ résultante,
2. pour une valeur de τ fixée, $C_{a,e}$ varie d'un facteur compris entre 6 et 7 lorsque l'on emploie la formulation (9) de τ' puis l'expression (10).

L'étape la plus sensible dans le calcul de $C_{a,e}$ correspond donc à l'estimation de τ' à partir de τ .

3.2.3 Résultats et analyses

Divers tests ont été effectués, pour les quatre valeurs de $C_{a,e}$ obtenues, le nombre de Schmidt turbulent σ_c admettant une plage de variation délimitée par 0.5 et 1.0. Les résultats obtenus nous amènent à dresser les constats suivants:

- Les deux valeurs maximales de $C_{a,e}$ (44.9g/l et 27.4g/l) conduisent, quelle que soit la valeur choisie pour σ_c , à des profils de concentration inexacts.
- $C_{a,e}$, estimée à partir de $\tau_{\text{calculé}}$ et de la loi (9) – soit 7.2g/l –, conduit avec $\sigma_c = 1.0$ et pour $x/h > 5.0$ à une bonne représentation des concentrations en $y = 1.5$ cm et à une sous-estimation des concentrations au-dessus. Sur le même domaine ($x/h > 5.0$), la même valeur de $C_{a,e}$ couplée à $\sigma_c = 0.6$ fournit une dispersion verticale correcte de la concentration, mais les valeurs correspondantes sont partout trop élevées.
- L'emploi de $C_{a,e}$, estimée à partir de $\tau_{\text{expérimental}}$ et de la loi (9) – soit 3.9g/l –, et de $\sigma_c = 0.6$, fournit un profil de concentration correct en $x/h = 40.0$.

En figure 7 est reproduite l'évolution de la concentration en fonction de x/h , aux points de la verticale correspondant aux mesures, avec $C_{a,e} = 3.9\text{g/l}$ et $\sigma_c = 0.6$. La corrélation entre résultats expérimentaux et numériques est relativement bonne à l'exception de la zone initiale ($x \leq 5h$). Ceci est probablement dû à la présence, sur cette zone, d'un affouillement d'environ 2 cm, signalé par Van Rijn, non pris en compte dans la représentation du domaine. Cet affouillement provoque une réduction des vitesses au voisinage du fond, et donc également des contraintes de cisaillement et du flux d'érosion correspondants. La valeur de $C_{a,e}$ imposée étant surestimée pour cette zone, elle conduit à des concentrations trop élevées en fond de canal. La prise en compte de la déformation du fond et le calcul local de $C_{a,e}$ pourraient permettre de pallier ce problème.

3.3 Transfert hors équilibre avec dépôt net

3.3.1 Dispositif expérimental

Jobson et Sayre (1970) ont mené des expériences en canal pour étudier le processus de dépôt de particules dans un transfert hors équilibre. Différents types de particules sont injectés en continu, depuis une source située près de la surface de l'eau, dans un écoulement pleinement développé. Le débit d'injection est ajusté pour que les particules admettent en entrée une vitesse horizontale correspondant à celle du fluide. Le fond du canal est fixe, tapissé d'éléments rectangulaires en bois relativement larges et dont la hauteur représente environ 7% de la hauteur d'eau. Les parois latérales du canal sont lisses, la largeur correspond à environ 6 fois la hauteur d'eau. Le profil de vitesse et le développement des profils de concentration ont été mesurés pour différentes conditions d'écoulement et différents types de sédiments sur une ligne longitudinale. Deux configurations ont été retenues pour tester le modèle. La première (Cas 1) concerne le transfert de sable fin ($D_{50} = 0.123$ mm, $V_c = 1.1$ cm/s), la seconde (Cas 2) le transfert de sable moyen ($D_{50} = 0.390$ mm, $V_c = 6.3$ cm/s). Le détail des conditions expérimentales de ces deux cas est reporté en tableau 2.

Dans le Cas 1, les sédiments fins sont injectés à une vitesse modérée. Cette vitesse n'étant pas suffisante pour assurer le transport en suspension de l'ensemble de la charge injectée, il se produit un phénomène de dépôt net (Dépôt \geq Erosion) jusqu'à ce que la charge transportée corresponde à la capacité de transport de l'écoulement, relativement loin en aval du point d'injection ($x/h \approx 100.0$). Pour le Cas 2, les conditions hydrauliques et les caractéristiques des particules sont telles que l'écoulement, naturellement, ne peut transporter aucune charge en suspension sans apport extérieur. Le dépôt des particules se produit donc au fond du canal, jusqu'à l'annulation de la charge.

Tableau 2. Conditions d'expériences (Jobson et Sayre, 1970) et de simulations.

Cas n°	Références Jobson et Sayre	h (cm)	$\langle U \rangle$ (cm/s)	u_* (cm/s)		k_s/h	ρ_s/ρ	D_{50} (mm)	V_c (cm/s)
				\sqrt{ghI}	calculé				
1	FS11,FS11A	40.7	60.0	8.66	6.03	0.25	2.42	0.123	1.09
2	CS1,CS1A,CS3,CS3A	40.7	32.0	4.45	3.09	0.20	2.65	0.390	6.30

3.3.2 Présentation des simulations

Le maillage adopté admet 19 mailles sur la verticale, 18 étant uniformément réparties, la 19ème correspondant à $\Delta y = 0.1h$, soit $y_a - y_f = 0.05 h$, du fait de la présence d'éléments très rugueux, d'une hauteur égale à $0.07 h$ en fond de canal. Le pas d'espace longitudinal Δx correspond à $0.5 h$ pour le Cas 1 et à $0.125 h$ pour le Cas 2. La hauteur de rugosité équivalente k_s , qui entre dans l'expression du développement logarithmique de la vitesse pour exprimer les conditions de fond, n'a pas été déterminée à partir des résultats expérimentaux. Nous l'avons considérée égale à la hauteur de rugosité imposée par Celik et Rodi (1988), qui ont simulé les mêmes cas. Ils avaient déterminé k_s par calage du profil de vitesse à partir de la loi en régime turbulent rugueux.

Les écoulements étant pleinement développés, les calculs ont été menés à partir de profils verticaux initialement uniformes en U , k et ε , jusqu'à ce qu'en aval ils n'évoluent plus avec la distance. Les profils résultants, ainsi indépendants des conditions initiales, ont été stockés puis employés pour la résolution du module de transport de MES. Pour illustrer les calculs hydrodynamiques, nous avons reproduit, pour le Cas 2, le profil de vitesse calculé en regard des mesures, en figure 8, et le profil de viscosité cinématique adimensionnelle ν/ghu_* obtenu par simulation, en figure 9. Au sein de cet

écoulement, il convient de souligner que la présence d'éléments très rugueux en fond de canal engendre des zones de recirculation très localisées et rend par conséquent délicate la reproduction d'une hydrodynamique moyenne plus précise.

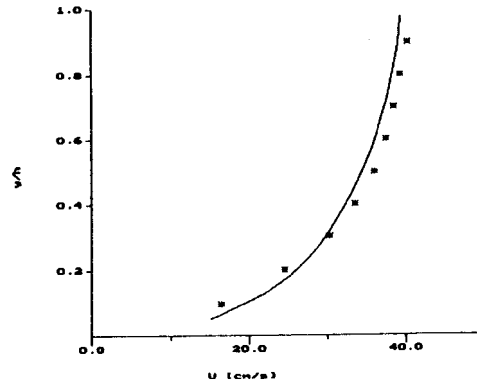


Fig. 8. Profil de la composante horizontale moyenne de la vitesse. Cas 2. Comparaison simulations-résultats expérimentaux.

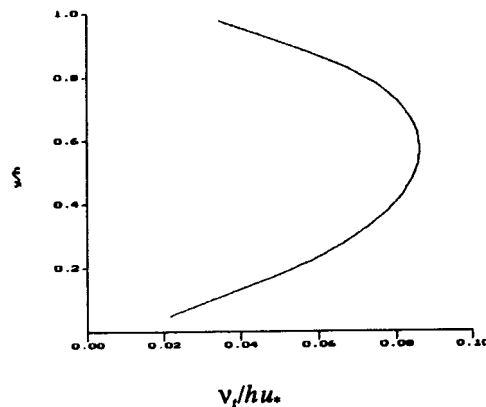
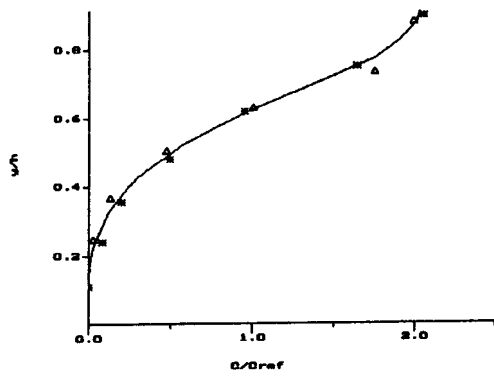
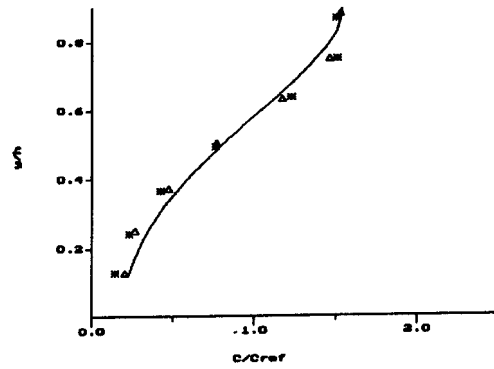


Fig. 9. Profil de la viscosité cinématique turbulente adimensionnelle v_t/hu_* . Cas 2. Résultats numériques.

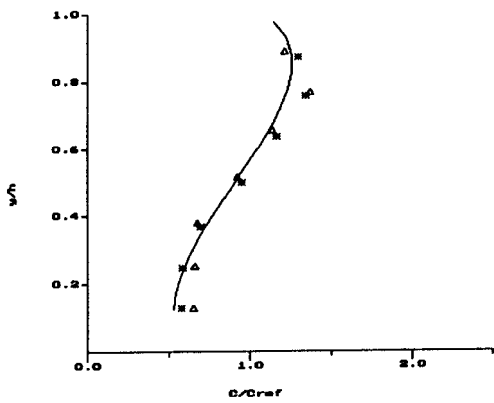
Dans les mêmes conditions hydrauliques, et pour chaque type de sédiment employé, différents débits solides ont été appliqués. Les mesures de concentrations, qui sont reproduites sur les graphes présentant également les résultats issus des simulations, ont été normalisées à partir d'une concentration de référence, notée C_{ref} égale au rapport débit solide/débit liquide pour chaque configuration. Les deux cas traités se distinguent par les phénomènes physiques observés en fond de canal. Pour le Cas 1, il y a au fond à la fois dépôt de particules et remise en suspension. Le Cas 2 correspond uniquement au dépôt des particules, les conditions énergétiques en fond de canal étant telles que les particules ne peuvent être remises en suspension.



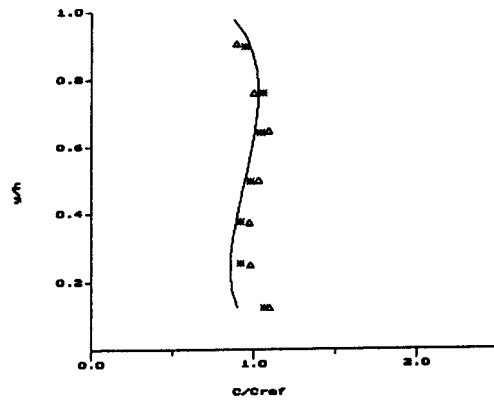
a. $x/h=5.0$ profil initial



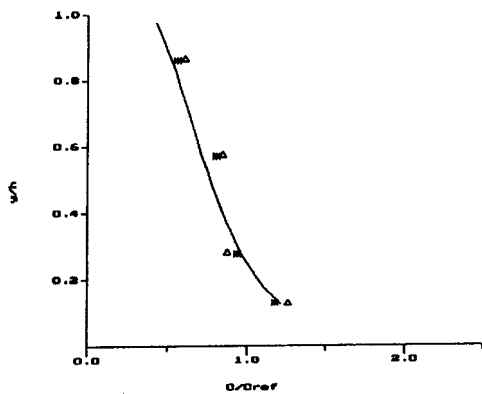
b. $x/h=7.0$



c. $x/h=9.0$



d. $x/h=12.0$



e. $x/h=67.5$

$$C_{ref}(\text{ppm}) * 146 \Delta 168$$

$$C_{b,e} = 1.34 C_{ref} \quad \sigma_c = 1.0$$

Fig. 10. Développement des profils de concentration. Cas 1, sédiments fins, flux net de dépôt.
Les courbes correspondent aux simulations, les symboles aux résultats expérimentaux de Jobson et Sayre (1970).

Le Cas 1 a été simulé en imposant en condition limite amont le profil vertical de concentration estimé d'après les mesures à une distance $x/h = 5.0$ du point d'injection. Ce profil est reporté en figure 10a. La condition limite imposée en aval, à une distance $x/h = 100.0$, est $\partial C/\partial x = 0$. Au niveau du lit, le flux imposé entre la maille la plus proche du fond et le fond correspond à l'estimation du flux se produisant à une distance $y = b$ du lit, qui représente la hauteur de la couche de charriage. Le flux surfacique de dépôt D est supposé égal à $V_c C_b$, tandis que le flux d'érosion E par unité de surface correspond au minimum entre une remise en suspension globale du dépôt ($V_c C_b$) et le flux d'érosion calculé sur la base de considérations énergétiques, lorsque érosion et dépôt se compensent en situation d'équilibre (d'où $E = V_c C_{b,e}$). Le choix de la concentration à l'équilibre $C_{b,e}$ a été effectué de manière à ce que la concentration de fond obtenue par simulation corresponde au mieux avec la mesure, loin du point d'injection (en $x/h = 67.5$, voir figure 10e). La valeur retenue ($C_{b,e} = 1.34 C_{ref}$), déterminée à partir des résultats expérimentaux et non pas d'une formulation générique qui aurait l'avantage de rendre le modèle plus prédictif, est également la valeur adoptée par Celik et Rodi dans leur simulation.

Les conditions hydrauliques et les caractéristiques des particules dans le Cas 2 sont telles que l'écoulement, naturellement, ne remet pas en suspension les particules déposées ou placées sur le fond. Seul un flux de dépôt ($D = V_c C_b$) est donc appliqué en condition limite au fond.

3.3.3 Résultats et analyses

La figure 10 reproduit les profils de concentration obtenus par simulation et les points expérimentaux relatifs au Cas 1. Le flux d'érosion s'exprimant à partir de la concentration de fond à l'équilibre, fixée à $C_{b,e} = 1.34 C_{ref}$ pour représenter au mieux la concentration de fond en $x/h = 67.5$, différentes valeurs ont été testées pour σ_c . La concordance optimale du profil en $x/h = 67.5$, loin du point d'injection, a été obtenue avec $\sigma_c = 1.0$. Cette valeur a été retenue pour conduire la simulation dont nous présentons les résultats.

Les profils de concentration obtenus présentent une très bonne concordance avec les points de mesures. L'écart maximum entre $C_{mesuré}$ et $C_{calculé}$ est observé en fond de canal, pour $x/h = 12.0$. Sa valeur relative est inférieure à 20%. Cet écart peut vraisemblablement être imputé à une légère surestimation des vitesses en fond de canal (voir fig. 8 concernant le Cas 2), qui confère une importance relative plus grande au transport advectif des particules qu'elle n'en a en réalité, limitant ainsi celle de la chute des particules, et diminuant par conséquent les concentrations de fond en zone proche de l'injection. La limite quant à la représentation des phénomènes dans le Cas 1 tient donc vraisemblablement plus à la simulation hydrodynamique sur fond très rugueux qu'au modèle de transport de MES. Remarquons cependant que les différences notées sont tout à fait acceptables en regard des applications numériques de modèles de transport en suspension présentées dans la littérature. La bonne concordance des résultats concerne en effet à la fois la forme des profils obtenus et les niveaux moyens de concentration représentés. Ceci indique que les processus d'érosion et de dépôt sont reproduits de manière assez réaliste par le modèle dès lors qu'une estimation de la concentration de fond à l'équilibre est possible.

En ce qui concerne le Cas 2, une procédure de simulation similaire à celle qui a été adoptée pour le Cas 1 a été retenue, le profil introduit en condition limite amont ayant été établi par interpolation des points de mesures en $x/h = 2.0$. Les profils obtenus sont reproduits en figure 11, qui montre aussi la sensibilité des résultats quant au choix de σ_c . Dans un premier temps, en effet, les calculs ont été menés en prenant $\sigma_c = 1.0$, c'est-à-dire en considérant que les échelles de longueur caractéristiques des mouvements fluctuants de l'eau et des particules étaient équivalentes. Les profils résultants (en trait continu, figure 11) présentent une homogénéisation trop importante de

concentration sur une verticale par les processus turbulents. Nous avons donc, dans un second temps, repris les calculs en supprimant tout effet de mélange d'origine turbulente sur le transfert. Les profils résultants sont indiqués en pointillés sur la figure 11. Ils présentent une concordance nettement meilleure que les résultats précédents avec les points de mesure. D'un point de vue physique, ceci s'explique par le fait que le mouvement des particules injectées, dont la vitesse de chute est importante (6.3 cm/s), est essentiellement guidé par le processus de glissement, et que l'impact des mouvements turbulents sur le déplacement de ces particules, de par leur taille, est beaucoup moins sensible que dans le cas de transfert de sédiments fins (Cas 1). L'advection différentielle résultant de la distribution verticale initiale de MES (en $x/h = 2.0$) au sein d'un fluide porteur au profil de vitesse non homogène explique l'étalement du pic de concentration suivant la verticale avec un éloignement croissant de la source.

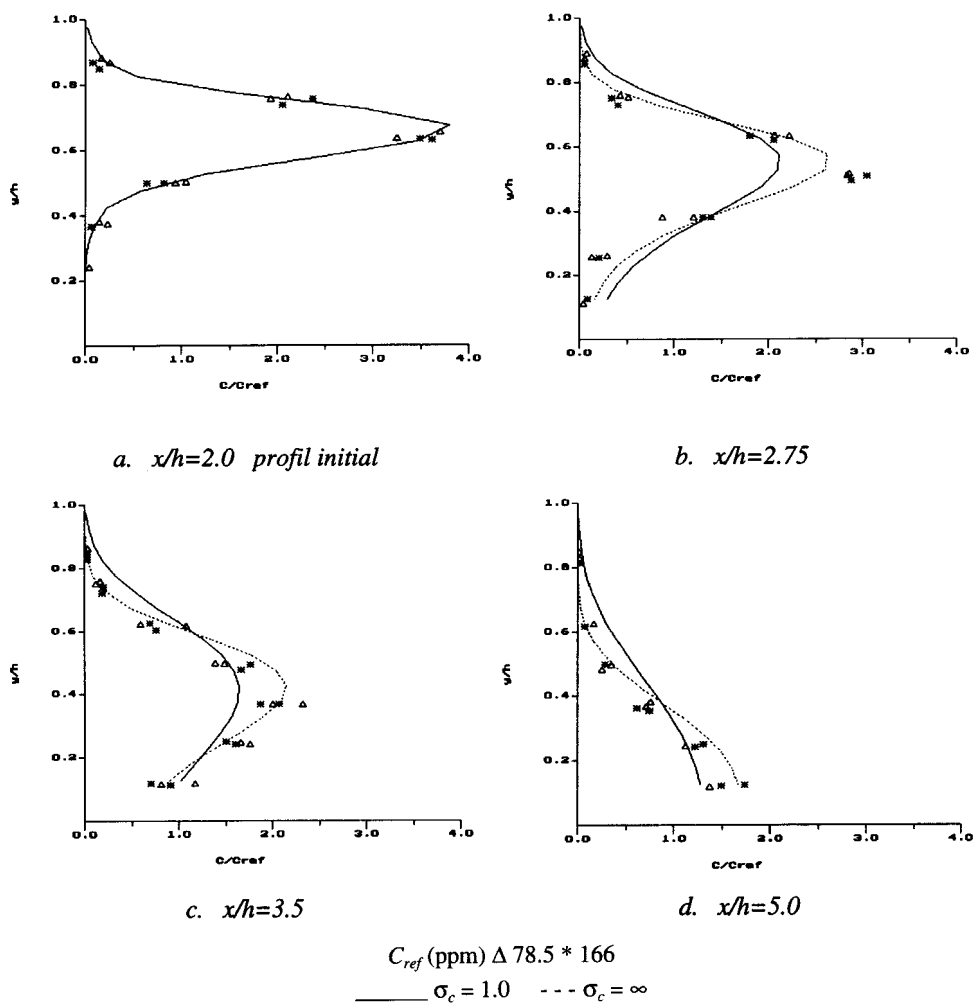


Fig. 11. Développement des profils de concentration. Cas 2, sédiments grossiers, dépôt sans érosion. Les courbes correspondent aux simulations, les symboles aux résultats expérimentaux de Jobson et Sayre (1970).

4 Conclusion

A la lumière des résultats obtenus concernant les transferts de MES à l'équilibre et hors équilibre, en situation d'érosion nette ou de dépôt net, il s'avère que le modèle de transport de MES présenté est apte à reproduire les phénomènes observés et mesurés en canaux, et qu'il prend en compte de manière acceptable les processus physiques permettant de décrire les mouvements de particules non cohésives. La grande sensibilité du modèle, à la fois au choix du nombre de Schmidt turbulent σ_c et à la détermination de la concentration qu'il y aurait en zone de fond en situation à l'équilibre, apparaît nettement. Les divers tests appliqués, cas par cas, le soulignent, et permettent de préciser les limites des potentialités d'application de ce modèle au milieu naturel. Ce modèle ne peut en effet être appliqué, dans sa formulation actuelle, qu'au transport d'une classe de MES relativement homogène dont on aura pris soin de préciser les caractéristiques (granulométrie, vitesse de chute) et d'étudier la réponse aux fluctuations turbulentes ainsi que les phénomènes d'échange entre le lit et l'écoulement.

Notations

b	hauteur de la couche de charriage
C	concentration locale instantanée en MES (adimensionnelle en vol/vol)
\bar{C}	concentration locale en MES, moyenne statistique (adimensionnelle en vol/vol)
c'	fluctuation de concentration
$\langle C \rangle$	concentration moyenne sur une verticale (g/l ou kg/m ³)
C_a	concentration à la hauteur de référence y_a
$C_{a,e}$	concentration à la hauteur de référence, à l'équilibre
C_b	concentration à la hauteur de la couche de charriage
$C_{b,e}$	concentration à la hauteur de la couche de charriage, à l'équilibre.
C_{ref}	rapport débit solide/débit liquide (ppm)
Ch	coefficient de Chézy relatif à la paroi
Ch'	coefficient de Chézy relatif aux particules
D	flux de dépôt surfacique (kg/m ² /s)
D_*	diamètre sédimentologique adimensionnel
D_{50}	diamètre médian des particules du lit
$D_{90} D_{70}$	diamètre des particules tel que 90% (70%) de l'ensemble soient de tailles inférieures à D_{90} (D_{70})
E	flux d'érosion surfacique (kg/m ² /s)
g	accélération de la pesanteur
h	tirant d'eau
I	pente du canal
k	énergie cinétique turbulente
k_s	hauteur de rugosité équivalente
n	constante empirique
N	flux net de MES (kg/m ² /s)
T	paramètre relatif au cisaillement pariétal
U	composante de la vitesse du fluide dans la direction privilégiée d'écoulement
U_{Gi}	composante locale instantanée de la vitesse de glissement des MES par rapport au fluide, dans la direction i

U_{Li}	composante locale instantanée de la vitesse du fluide dans la direction i
\bar{U}_{Li}	composante locale de la vitesse du fluide dans la direction i , en moyenne statistique
u'_{li}	fluctuation de la composante locale de la vitesse du fluide dans la direction i
$\langle U \rangle$	vitesse longitudinale moyennée sur la verticale
u_*	vitesse de frottement = $\sqrt{\tau/\rho}$
V_c	vitesse de chute des MES ($V_c > 0$)
x	direction privilégiée de l'écoulement
y	direction verticale
y_a	cote de la hauteur de référence
y_f	cote du fond
y_s	cote de la surface libre
Γ_C	diffusivité turbulente de la concentration
Δ	hauteur des formes de fond
ϵ	taux de dissipation d'énergie cinétique turbulente
μ	facteur de forme de fond ou d'efficacité
ν	viscosité de l'eau
ν_t	viscosité turbulente
ρ	masse volumique de l'eau
ρ_s	masse volumique des MES
σ_C	nombre de Schmidt turbulent
τ	contrainte de cisaillement à la paroi
τ'	contrainte de cisaillement effective sur les particules
τ_{cr}	contrainte de cisaillement critique suivant le critère de Shields

Références / Bibliographie

1. LAUNDER, B. E., 1978, *Heat and mass transport, Turbulence*, P. Bradshaw ed., Springer Verlag, Berlin.
2. VAN RIJN, L. C., 1984, Sediment transport, part II : Suspended load transport, *J. Hydr. Eng.*, ASCE, vol. 110, n° 11, pp. 1613–1641.
3. CELIK, I. et RODI, W., 1988, Modeling Suspended Sediment Transport in Nonequilibrium Situations, *J. Hydr. Eng.*, vol. 114, n° 10, pp. 1157–1191.
4. ASHIDA, K. et OKABE, T., 1982, On the calculation method of the concentration of suspended sediment under non-equilibrium condition, *Proc. 26th Conference on Hydraulics*, JSCE (en japonais), pp. 153–158.
5. JOYSON, H. E. et SAYRE, W. W., 1970, Vertical transfer in open channel flow, *J. Hydr. Eng.*, ASCE, 96 (HY3), pp. 703–724.
6. VAN RIJN, L. C., 1986, Mathematical modeling of suspended sediment in non-uniform flows, *J. Hydr. Eng.*, ASCE, vol. 112, pp. 433–455.
7. CELIK, I. et RODI, W., 1991, Suspended sediment transport for open channel flow, *J. Hydr. Eng.*, vol. 117, n° 2, pp. 191–204.
8. MILISIC, V., 1976, *Contribution à l'analyse du phénomène de suspension*, thèse de Docteur-Ingénieur, n° 509, Univ. Paul Sabatier, Toulouse, France.
9. ZHOU, S. P. et MCCORQUODALE, J. A., 1992, Modelling of rectangular settling tanks, *J. Hydr. Eng.*, ASCE, vol. 118, n° 10, pp. 1391–1405.
10. PATANKAR, S. V. and SPALDING, D. B., 1972, A Calculation Procedure for Heat, Mass and Momentum Transfer in Three-dimensional Parabolic Flows, *Int. J. of Heat and Mass Transfer*, Vol. 15, p. 1787.
11. RODI, W., 1980, *Turbulence models and their applications in hydraulics* A.I.R.H., Delft.
12. CELIK, I. and RODI, W., 1984, Simulation of free-surface effects on turbulent channel flows, *Physico-Chem. Hydrodyn.*, Vol. 5, n° 3/4, pp. 217–227.
13. OUILLOIN, S., 1993, *Modélisation mathématique de l'hydrodynamique à surface libre et du transport de Matières En Suspension non cohésives, aide à l'interprétation d'images spatiales*, Thèse de Doctorat, I.M.F.T., I.N.P.T., Toulouse, France.